

目 录

第一部分 代 数

第一章 数、式、方程和方程组(预备知识)	(1)
第二章 集合和简易逻辑	(1)
第三章 函 数	(2)
第四章 不等式和不等式组	(8)
第五章 数 列	(10)
第六章 导 数	(12)

第二部分 三 角

第七章 三角函数及其有关概念	(14)
第八章 三角函数式的变换	(16)
第九章 三角函数的图像和性质	(17)
第十章 解三角形	(19)

第三部分 平面解析几何

第十一章 平面向量	(20)
第十二章 直 线	(23)
第十三章 圆锥曲线	(25)

第四部分 概率与统计初步

第十四章 排列与组合	(29)
第十五章 概率、统计初步	(30)

第一部分 代数

第一章 数、式、方程和方程组(预备知识)

本部分考纲未作要求,但是以后章节的预备知识,考生可自行学习.

第二章 集合和简易逻辑

考点 1 集合与集合的关系

1. 子集

子集:对于两个集合 A 与 B ,如果集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素,那么集合 B 叫做集合 A 的子集,记作 $B \subseteq A$,或 $A \supseteq B$,读作 B 包含于 A 或 A 包含 B .

对于任一集合 A ,规定 $\emptyset \subseteq A$, $A \subseteq A$,若 $C \subseteq B$, $B \subseteq A$,则 $C \subseteq A$.

真子集:如果集合 B 是集合 A 的子集,并且 A 中至少有一个元素不属于 B ,那么集合 B 叫做集合 A 的真子集(如图 2-1),记作 $B \subsetneq A$ 或 $A \supsetneq B$,读作 B 真包含于 A 或 A 真包含 B .



图 2-1

常见的几种数集之间有如下关系:

$$\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}.$$

集合相等:对于两个集合 A 与 B ,如果 $A \subseteq B$,同时 $B \subseteq A$,那么就说集合 A 与集合 B 相等,记作 $A=B$.

2. 交集

由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集(如图 2-2 阴影部分所示),记作 $A \cap B$,读作 A 交 B .

显然: $A \cap \emptyset = \emptyset$,

$$A \cap A = A,$$

$$A \cap B = B \cap A.$$

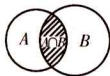


图 2-2

3. 并集

由集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起(重复的只记一次)构成的集合,叫做 A 与 B 的并集(如图 2-3 阴影部分所示),记作 $A \cup B$,读作 A 并 B .

显然: $A \cup A = A$,

$$A \cup \emptyset = A,$$

$$A \cup B = B \cup A.$$

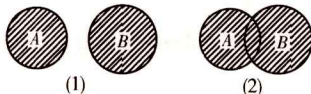


图 2-3

4. 补集

全集:在研究集合与集合之间的关系时,如果一些集合都是某一个给定集合的子集,那么称这个给定的集合为这些集合的全集,用符号 U 表示.

补集:已知全集 U , 集合 $A \subseteq U$, 由 U 中所有不属于 A 的元素组成的集合, 叫做集合 A 在集合 U 中的补集(如图 2-4 中阴影部分), 记作 $\complement_U A$, 读 A 在 U 中的补集(或 $\bar{A}$).



图 2-4

显然: $A \cup \complement_U A = U$,

$A \cap \complement_U A = \emptyset$,

$\complement_U (\complement_U A) = A$.

考点 2 简易逻辑

任何一个数学命题都有条件和结论两部分, 如果把条件和结论分别用 A 、 B 表示, 那么命题可以写成“如果 A 成立, 那么 B 成立”, 或简写成“若 A , 则 B ”.

如果 A 成立, 那么 B 成立, 即 $A \Rightarrow B$, 这时我们说条件 A 是 B 成立的充分条件.

如果 B 成立, 那么 A 成立, 即 $A \Leftarrow B$, 这时我们说条件 A 是 B 成立的必要条件.

如果 A 既是 B 成立的充分条件, 又是 B 成立的必要条件, 即既有 $A \Rightarrow B$, 又有 $B \Rightarrow A$, 这时我们说条件 A 是 B 成立的充分必要条件, 简称充要条件.

第三章 函 数

§ 3.1 函数(1)

考点 1 函数的概念和性质

1. 函数的定义

如果在某变化过程中有两个变量 x 、 y , 并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值, 按照某个对应法则, y 都有唯一确定的值和它对应, 那么 y 就是 x 的函数, x 叫自变量, y 叫因变量, 可以记作 $y = f(x)$ (其中 f 表示对应法则).

自变量 x 的取值范围叫函数的定义域, 和 x 的值对应的 y 的值叫函数值, 函数值的集合叫函数的值域.

定义域、值域及对应法则称为函数的三要素.

求函数定义域时有以下几个原则:

- (1) 当函数式为分式时, 分式的分母不等于零.
- (2) 当函数式为偶次根式时, 被开方数(或式)大于等于零.
- (3) 当函数式为零次幂时, 底数不等于零.
- (4) 当函数式为对数时, 真数大于零, 底数大于零且不等于 1.

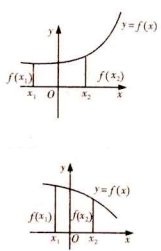
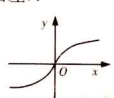
函数定义域有两种表示方法: 集合法与区间法.

【注】以上几个原则是对常见的几种函数式来说的, 对于不同的函数式还要采取不同的方法.

2. 函数的表示法

- (1) 解析法: 用等式表示两个变量间的函数关系的方法. 这个等式叫函数的解析式.
- (2) 列表法: 用列表表示两个变量间的函数关系的方法.
- (3) 图像法: 用图像表示两个变量间的函数关系的方法.

3. 函数的性质

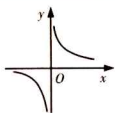
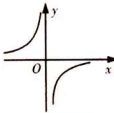
名称	定 义	图 示
单 调 性	设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 A, 某个区间是 A 的子集. 如果对于这个区间上任意两个自变量的值 x_1, x_2, 当 $x_1 < x_2$ 时, (1) 若都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增函数. (2) 若都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是减函数. 如果函数 $y=f(x)$ 在某个区间上是增函数或减函数, 就说 $f(x)$ 在这一区间上具有(严格的)单调性, 这一区间就叫 $f(x)$ 的单调区间	
奇 偶 性	设函数 $f(x)$ 的定义域是 A, 并且当任意的 $x \in A$ 时, 也有 $-x \in A$. (1) 如果对于任何 $x \in A$, 都有 $f(-x) = -f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就称为奇函数. (2) 如果对于任何 $x \in A$, 都有 $f(-x) = f(x)$, 那么函数 $f(x)$ 就称为偶函数	(1) 奇函数的图像关于原点成中心对称图形(下图左).  (2) 偶函数的图像关于 y 轴成轴对称图形(上图右) 

考点 2 正比例函数、反比例函数和一次函数

1. 正比例函数和一次函数

		正比例函数		一次函数	
解析式		$y=kx(k \text{ 为常数, 且 } k \neq 0)$		$y=kx+b(k, b \text{ 是常数且 } k \neq 0)$	
定义域		$x \in \mathbf{R}$		$x \in \mathbf{R}$	
值域		$y \in \mathbf{R}$		$y \in \mathbf{R}$	
图 像		$k > 0$	$k < 0$	$k > 0$	$k < 0$
					
		$ k $ 越大, 直线离 x 轴越远; $ k $ 越小, 直线离 x 轴越近		$ k $ 越大, 直线离经过 $(0, b)$ 点的 x 轴的平行线越远; $ k $ 越小, 直线离经过 $(0, b)$ 点的 x 轴的平行线越近	
		经过原点、斜率为 k 的直线		经过 $(0, b)$ 点, 斜率为 k 的直线	
性	单 调 性	在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数	在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数	在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数	在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数
质	奇 偶 性	奇函数		非奇非偶函数	

2. 反比例函数

解析式	$y = \frac{k}{x}$ (k 为不等于 0 的常数)	
定义域	$\{x x \in \mathbf{R}, \text{且 } x \neq 0\}$	
值域	$\{y y \in \mathbf{R}, \text{且 } y \neq 0\}$	
图 像	$k > 0$	$k < 0$
		
	$ k $ 越大, 两个分支离原点越远; $ k $ 越小, 两个分支离原点越近	
	以 x 轴、 y 轴为渐近线的等轴双曲线	
性 质	单调性	在区间 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 内是减函数 在区间 $(-\infty, 0)$ 和 $(0, +\infty)$ 内是增函数
	奇偶性	奇函数

考点 3 二次函数

1. 二次函数的定义

形如 $y = ax^2 + bx + c$ (其中 a, b, c 是常数, 且 $a \neq 0$) 的函数称为二次函数.

2. 函数 $y = ax^2$ ($a \neq 0$) 的图像和性质

函数 $y = ax^2$ 的图像是以原点为顶点, 以 y 轴为对称轴的抛物线.

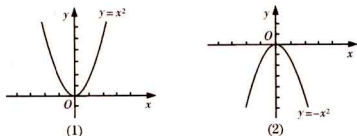


图 3-1

函数 $y = ax^2$ 有以下性质:

(1) 抛物线 $y = ax^2$ 的顶点在原点, 对称轴为 y 轴.

(2) 当 $a > 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2$ 在 x 轴的上方 (顶点在原点), 它的图像开口向上, 并且向上无限伸展 (如图 3-1(1)); 当 $a < 0$ 时, 抛物线 $y = ax^2$ 在 x 轴的下方 (顶点在原点), 它的图像开口向下, 并且向下无限伸展 (如图 3-1(2)).

(3) 当 $a > 0$ 时, 在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而减小; 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而增大, 函数 y 在顶点处的值最小. 当 $a < 0$ 时, 在对称轴的左侧, y 随着 x 的增大而增大; 在对称轴的右侧, y 随着 x 的增大而减小, 函数 y 在顶点处的值最大.

(4) $|a|$ 越大, 抛物线的开口越小; $|a|$ 越小, 抛物线的开口越大.

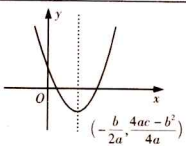
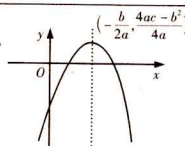
3. 函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图像和性质

一般地, 函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图像与函数 $y=ax^2(a \neq 0)$ 的图像是形状相同的抛物线, 只是位置不同, 由于

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) \\ &= a \left[x^2 + \frac{bx}{a} + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right] \\ &= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}, \end{aligned}$$

所以, 它的图像可以通过 $y=ax^2$ 的图像平移而得到: 当 $\frac{b}{2a} > 0$ 时, 向左平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位, 当 $\frac{b}{2a} < 0$ 时, 向右平移 $|\frac{b}{2a}|$ 个单位, 当 $\frac{4ac-b^2}{4a} > 0$ 时, 向上平移 $|\frac{4ac-b^2}{4a}|$ 个单位, 当 $\frac{4ac-b^2}{4a} < 0$ 时, 向下平移 $|\frac{4ac-b^2}{4a}|$ 个单位, 可得到 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图像.

函数 $y=ax^2+bx+c(a \neq 0)$ 的图像和性质如下表:

	$a > 0$	$a < 0$
图 像		
开口方向	开口向上	开口向下
顶点坐标	$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a} \right)$	
对称性	关于直线 $x = -\frac{b}{2a}$ 对称	
单调性	当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, 是减函数 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, 是增函数	当 $x < -\frac{b}{2a}$ 时, 是增函数 当 $x > -\frac{b}{2a}$ 时, 是减函数
最大值 与最小值	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时 $y_{\text{最小值}} = \frac{4ac-b^2}{4a}$	当 $x = -\frac{b}{2a}$ 时 $y_{\text{最大值}} = \frac{4ac-b^2}{4a}$

§ 3.2 函数(2)

考点 4 指数

1. 基本概念

(1) 正整数指数幂: $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdots a}_n$ ($n \in \mathbf{N}$ 且 $n > 1$), 其中 a 叫底数, n 叫指数, a^n

叫幂.

(2) 零指数幂: $a^0 = 1 (a \neq 0)$.

(3) 负整数指数幂: $a^{-n} = \frac{1}{a^n} (a \neq 0, n \in \mathbf{N})$.

(4) 根式与有理数指数幂

n 次方根: 若 $x^n = a (n \in \mathbf{N} \text{ 且 } n > 1)$, 则 x 叫做 a 的 n 次方根.

算术根: 正数 a 的正的 n 次方根, 叫做 a 的 n 次算术根.

根式: 当 $\sqrt[n]{a}$ 有意义时, 式子 $\sqrt[n]{a}$ 叫做根式.

正分数指数幂: $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} (a \geq 0, m, n \in \mathbf{N} \text{ 且 } n > 1, \frac{m}{n} \text{ 为既约分数})$.

负分数指数幂: $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}} (a > 0, m, n \in \mathbf{N} \text{ 且 } n > 1, \frac{m}{n} \text{ 为既约分数})$.

整数指数幂、分数指数幂, 统称为有理数指数幂.

2. 幂的运算法则

(1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

(2) $a^m \div a^n = a^{m-n} (a \neq 0)$.

(3) $(a^m)^n = a^{mn}$.

(4) $(ab)^n = a^n b^n$.

(5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n \cdot b^{-n} (b \neq 0)$.

考点 5 对数

1. 对数的概念

如果 $a^b = N (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$, 那么 b 叫做以 a 为底 N 的对数, 记作 $\log_a N = b$, 其中 a 叫做底数, N 叫做真数.

2. 指数式与对数式的互化(如图 3-2)

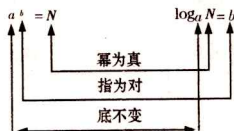


图 3-2

3. 性质

(1) 底的对数等于 1, $\log_a a = 1$.

(2) 1 的对数等于 0, $\log_a 1 = 0$.

(3) 零和负数无对数.

(4) 对数恒等式: $a^{\log_a N} = N (N > 0)$.

(5) 当底数大于 1 时, 大于 1 的真数的对数为正, 大于 0 小于 1 的真数的对数为负; 当

底数小于 1 而大于 0 时, 小于 1 而大于 0 的真数的对数为正, 大于 1 的真数的对数为负.

4. 运算法则

$$(1) \log_a(MN) = \log_a M + \log_a N (M > 0, N > 0)$$

$$(2) \log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N (M > 0, N > 0)$$

$$(3) \log_a M^n = n \log_a M (M > 0)$$

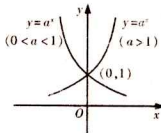
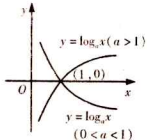
$$(4) \log_a \sqrt[n]{M} = \frac{1}{n} \log_a M (M > 0, n \in \mathbb{N} \text{ 且 } n > 1)$$

5. 换底公式

$\log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$, 在对数的计算中, 我们可以用此公式把一个对数换成需要的底数, 从而简化运算.

考点 6 指数函数和对数函数

指数函数和对数函数的函数式、定义域、图像与性质如下表所示:

		指数函数	对数函数
函数式		$y = a^x (a > 0, a \neq 1)$	$y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$
定义域		$(-\infty, +\infty)$	$(0, +\infty)$
图 像			
性 质	1	$y > 0$ (图像在 x 轴上方)	$x > 0$ (图像在 y 轴右方)
	2	$a^0 = 1$ (图像过 $(0, 1)$ 点)	$\log_a 1 = 0$ (图像过 $(1, 0)$ 点)
	3	$a > 1$ 时, $a^x \begin{cases} > 1 (x > 0) \\ = 1 (x = 0) \\ < 1 (x < 0) \end{cases}$ $0 < a < 1$ 时, $a^x \begin{cases} < 1 (x > 0) \\ = 1 (x = 0) \\ > 1 (x < 0) \end{cases}$	$a > 1$ 时, $\log_a x \begin{cases} > 0 (x > 1) \\ = 0 (x = 1) \\ < 0 (0 < x < 1) \end{cases}$ $0 < a < 1$ 时, $\log_a x \begin{cases} < 0 (x > 1) \\ = 0 (x = 1) \\ > 0 (0 < x < 1) \end{cases}$
	4	$a > 1$ 时, a^x 是增函数; $0 < a < 1$ 时, a^x 是减函数	$a > 1$ 时, $\log_a x$ 是增函数; $0 < a < 1$ 时, $\log_a x$ 是减函数
	5	$a > 1$ 时, 底数越大, 函数图像越靠近 y 轴; $0 < a < 1$ 时, 底数越小, 函数图像越靠近 y 轴	$a > 1$ 时, 底数越大, 函数图像越靠近 x 轴; $0 < a < 1$ 时, 底数越小, 函数图像越靠近 x 轴

第四章 不等式和不等式组

考点 1 不等式的性质

如果 $a > b$, 那么 $b < a$; 如果 $a < b$, 那么 $b > a$;

如果 $a > b, b > c$, 那么 $a > c$;

如果 $a > b$, 那么 $a + c > b + c$;

如果 $a > b, c > 0$, 那么 $ac > bc$; 如果 $a > b, c < 0$, 那么 $ac < bc$;

如果 $a > b, c > d$, 那么 $a + c > b + d$;

如果 $a > b > 0, c > d > 0$, 那么 $ac > bd$;

如果 $a > b, ab > 0$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$;

如果 $a > b > 0$, 那么 $a^n > b^n (n \in \mathbf{N}, n > 1)$;

如果 $a > b > 0$, 那么 $\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b} (n \in \mathbf{N}, n > 1)$;

$|a + b| \leq |a| + |b| (a, b \in \mathbf{R}, \text{且当 } a, b \text{ 同号时取等号})$.

考点 2 基本不等式

1. 如果 $a \in \mathbf{R}$, 那么 $a^2 \geq 0$ (当且仅当 $a = 0$ 时取“=”).

2. 如果 $a, b \in \mathbf{R}$, 那么 $a^2 + b^2 \geq 2ab$ (当且仅当 $a = b$ 时取“=”).

3. 如果 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a \geq 0, b \geq 0$, 那么 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ (当且仅当 $a = b$ 时取“=”), 此式常称为均值定理.

若 $a + b$ 为定值, 当 $a = b$ 时, ab 的值最大; 若 ab 为定值, 当 $a = b$ 时, $a + b$ 的值最小.

4. 若 $a > 0$, 则 $a + \frac{1}{a} \geq 2$ (当且仅当 $a = 1$ 时取“=”).

考点 3 一元一次不等式

一元一次不等式解的情况可分为以下两种类型:

(1) 当 $a \neq 0$ 时, 若 $a > 0$, 则 $ax > b$ 的解集为 $\{x | x > \frac{b}{a}\}$; 若 $a < 0$, 则 $ax > b$ 的解集为 $\{x | x < \frac{b}{a}\}$.

(2) 当 $a = 0$ 时, 若 $b \geq 0$, 则 $ax > b$ 无解, 即解集为 $\emptyset$; 若 $b < 0$, 则 $ax > b$ 的解集为全体实数, 即解的集合为 $\mathbf{R}$.

考点 4 一元一次不等式组

由几个一元一次不等式组成的不等式组的解集可以归结为以下四种类型:

类型(设 $a < b$)	解集	数轴表示
$\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$	$x > b$	

(续表)

类型(设 $a < b$)	解集	数轴表示
$\begin{cases} x < a \\ x < b \end{cases}$	$x < a$	
$\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$	$a < x < b$	
$\begin{cases} x < a \\ x > b \end{cases}$	空集	

考点 5 可化为一元一次不等式组求解的两类不等式

1. 不等式 $(ax+b)(cx+d) > 0$ 及 $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ 型的解法

上面两个不等式均可化成如下两个不等式组:

$$\begin{cases} ax+b > 0 \\ cx+d > 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} ax+b < 0 \\ cx+d < 0 \end{cases},$$

即不等式 $(ax+b)(cx+d) > 0$ 或 $\frac{ax+b}{cx+d} > 0$ 的解集, 就是以上两个不等式组解集的并集.

2. 不等式 $(ax+b)(cx+d) < 0$ 及 $\frac{ax+b}{cx+d} < 0$ 型的解法

上面两个不等式均可化为如下两个不等式组:

$$\begin{cases} ax+b > 0 \\ cx+d < 0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} ax+b < 0 \\ cx+d > 0 \end{cases},$$

同样, 不等式 $(ax+b)(cx+d) < 0$ 或 $\frac{ax+b}{cx+d} < 0$ 的解集, 就是以上两个不等式组解集的并集.

考点 6 一元二次不等式

一元二次不等式常用的解法有以下两种:

(1) 因式分解法: 当二次三项式 ax^2+bx+c 容易分解为两个一次因式的乘积时, 可以把一元二次不等式化为两个一元一次不等式组求解. 两个不等式组的解集的并集就为一元二次不等式的解集.

(2) 图像法: 利用一元二次不等式与相应的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0 (a \neq 0)$ 与二次函数 $y=ax^2+bx+c (a > 0)$ 的有关性质求解, 解集情况如下表:

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 的图像			

(续表)

判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$)的根	有两个不相等的实根 $x_1, x_2 (x_1 < x_2)$	有两个相等的实根 x_1 $= x_2 = -\frac{b}{2a}$	没有实根
$ax^2 + bx + c > 0$ ($a > 0$)的解集	$\{x \mid x < x_1 \text{ 或 } x > x_2\}$ 即 $(-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$	$\left\{x \mid x \in \mathbf{R}, x \neq -\frac{b}{2a}\right\}$ 即 $(-\infty, -\frac{b}{2a}) \cup (-\frac{b}{2a}, +\infty)$	$\mathbf{R}$ 即 $(-\infty, +\infty)$
$ax^2 + bx + c < 0$ ($a > 0$)的解集	$\{x \mid x_1 < x < x_2\}$ 即 (x_1, x_2)	$\emptyset$	$\emptyset$

考点 7 绝对值不等式

1. 绝对值的性质

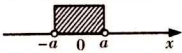
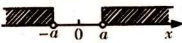
设两实数 a, b , 则有

$$(1) |a \cdot b| = |a| \cdot |b|.$$

$$(2) \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|} (b \neq 0).$$

$$(3) ||a| - |b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|.$$

2. 绝对值不等式的解法

类型(设 $a > 0$)	解 集	数 轴 表 示
$ x < a$	$\{x \mid -a < x < a\}$	
$ x > a$	$\{x \mid x > a \text{ 或 } x < -a\}$	

第五章 数 列

考点 1 数列的概念

1. 数列的通项公式

一个数列 $\{a_n\}$ 的第 n 项 a_n 与项数 n 的关系, 如果可以用一个公式来表示, 这个公式就叫做这个数列的通项公式.

例如, 数列 $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots, \frac{1}{2^n}$ 的通项公式是 $a_n = \frac{1}{2^n}$.

(1) 知道一个数列 $\{a_n\}$ 的通项公式, 就可以依次用 $1, 2, 3, \dots$ 代替公式里的 n , 求出这个数列的各项. 例如, 已知一个数列的通项公式 $a_n = n^2$, 那么依次用 $1, 2, 3, \dots, n$ 代替公式

里的 n , 就得到数列 $1, 4, 9, \dots, n^2$.

(2) 并不是所有的数列都有通项公式.

2. 数列的前 n 项和

(1) 数列的前 n 项和一般用 S_n 表示, 即 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$.

(2) 已知 S_n 求 a_n 时可用公式 $a_n = \begin{cases} S_1, & n=1 \\ S_n - S_{n-1}, & n \geq 2 \end{cases}$

考点 2 等差数列与等比数列

	等差数列	等比数列
定义	如果一个数列从第 2 项起, 每一项与它的前一项的差等于同一个常数, 这个数列就叫做等差数列, 这个常数叫做等差数列的公差, 公差常用字母 d 表示, $d = a_{n+1} - a_n$	如果一个数列从第 2 项起, 每一项与它的前一项的比等于同一个常数, 这个数列就叫做等比数列, 这个常数叫做等比数列的公比, 公比常用字母 q 表示, $q = \frac{a_{n+1}}{a_n} (q \neq 0)$
一般形式	$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots, a_1 + (n-1)d, \dots$	$a_1, a_1 q, a_1 q^2, \dots, a_1 q^{n-1}, \dots$
通项公式	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 q^{n-1}$
中项	如果 a, A, b 成等差数列, 那么 A 叫做 a 和 b 的等差中项且 $A = \frac{a+b}{2}$ 或 $a+b=2A$	如果 a, G, b 成等比数列, 那么 G 叫做 a 和 b 的等比中项, 且 $G^2 = ab$ 或 $G = \pm \sqrt{ab}$
前 n 项和公式	$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 或 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d$	当 $q=1$ 时, $S_n = na_1$ 当 $q \neq 1$ 时, $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ 或 $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}$
性质	如果 $m+n=p+q$, 则 $a_m + a_n = a_p + a_q$ $S_{2n-1} = (2n-1) \cdot a_n$ $a_m = a_n + (m-n)d$ 当项数为 $2n$ 时, $\frac{S_{\text{偶}}}{S_{\text{奇}}} = \frac{a_{n+1}}{a_n}$ $S_{\text{偶}} - S_{\text{奇}} = n \cdot d$ 当项数为 $2n-1$ 时, $\frac{S_{\text{奇}}}{S_{\text{偶}}} = \frac{n}{n-1}$ $S_{\text{奇}} - S_{\text{偶}} = a_n$	如果 $m+n=p+q$ 则 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$ 其中的 $m, n, p, q \in \mathbb{N}$ 当总项数为 $2n$ 时, $S_{\text{偶}} = S_{\text{奇}} \cdot q$ 其中数列 $\{a_n\}$ 的奇数项之和为 $S_{\text{奇}}$ 偶数项之和为 $S_{\text{偶}}$

第六章 导数

考点 1 导数的概念及其几何意义、多项式函数的导数

1. 导数的定义

设函数 $y=f(x)$ 的定义域为 D , $x_0 \in D$, 当自变量 x 在 x_0 处有增量 Δx 时 ($x_0 + \Delta x \in D$), 函数有相应的增量 $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$, 如果当 $\Delta x \rightarrow 0$ 时, $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 的极限存在, 则称这个极限为函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的导数, 记作 $f'(x_0)$ 或 $y'|_{x=x_0}$, 即

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 处的导数存在, 则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导, 否则称函数 $f(x)$ 在点 x_0 处不可导.

如果函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内每一点处都可导, 则称函数 $y=f(x)$ 在区间 (a, b) 内可导, 此时, 对于每一个 $x \in (a, b)$, 都有一个导数值 $f'(x)$ 与之对应, 所以 $f'(x)$ 也是 x 的函数, 称它为原来函数 $y=f(x)$ 的导函数, 记作

$$y' \text{ 或 } f'(x).$$

在不致产生混淆的情况下, 有时也把导函数简称为导数.

2. 导数的几何意义

导数 $f'(x_0)$ 表示曲线 $y=f(x)$ 在点 (x_0, y_0) 处的切线的斜率, 即 $f'(x_0) = \tan \alpha$, 其中 α 为 $f(x)$ 在 x_0 处的切线的倾斜角, 由此可知曲线 $y=f(x)$ 在点 $M(x_0, y_0)$ 处的切线方程为

$$y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0).$$

3. 多项式函数的导数

(1) $(C)' = 0$ (常数的导数等于 0).

(2) $(x^m)' = mx^{m-1}$ (m 为有理数).

(3) $(e^x)' = e^x$ (以 e 为底的指数函数的导数).

(4) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$ (以 e 为底的对数函数的导数).

(5) 两个函数的和(或差)的导数, 等于这两个函数的导数的和(或差), 即 $(u \pm v)' = u' \pm v'$.

(6) 两个函数的积的导数, 等于第一个函数的导数乘以第二个函数, 再加上第一个函数乘以第二个函数的导数, 即 $(uv)' = u'v + uv'$.

(7) 两个函数的商的导数, 等于分子的导数乘以分母, 减去分母的导数乘以分子, 再除以分母的平方, 即 $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ ($v \neq 0$).

(8) 若 $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + a_n$, 其中 $a_0, a_1, \cdots, a_n$ 为常数, 则

$$f'(x) = na_0 x^{n-1} + (n-1)a_1 x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}.$$

考点 2 极大值、极小值、最大值、最小值的概念

1. 极大值和极小值

设函数 $f(x)$ 在区间 (a, b) 内有定义, x_0 是区间 (a, b) 内的一个点, 如果对于点 x_0 附近的任意点 $x (x \neq x_0)$, $f(x) < f(x_0)$ 均成立, 则称 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的一个极大值; 如果对于点 x_0 附近的任意点 $x (x \neq x_0)$, $f(x) > f(x_0)$ 均成立, 则称 $f(x_0)$ 是函数 $f(x)$ 的一个极小值. 极大值与极小值统称为极值. 使函数取得极大(小)值 $f(x_0)$ 的点 x_0 叫做极大(小)值点, 统称为极值点.

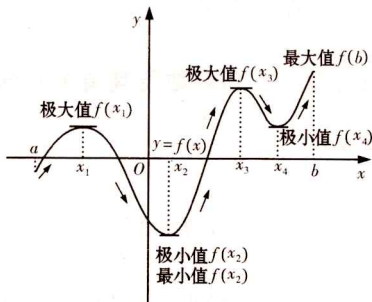


图 6-1

2. 最大值和最小值

设函数 $f(x)$ (如图 6-1) 在 (a, b) 内只取得有限个极大值与极小值, 把这有限个极值与 $f(x)$ 在区间端点的值 $f(a)$ 和 $f(b)$ 合在一起, 其中最大的就是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的最大值, 最小的就是 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的最小值, 最大值与最小值统称为最值.

考点 3 用导数求多项式函数的单调区间、极大值、极小值及闭区间上的最大值

和最小值

1. 多项式函数 $y = f(x)$ 单调性的判别法

(1) 如果 $f(x)$ 在 (a, b) 内的导数 $f'(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上是单调增加的.

(2) 如果 $f(x)$ 在 (a, b) 内的导数 $f'(x) < 0$, 则函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上是单调减少的.

2. 多项式函数 $y = f(x)$ 的极值的判别法

函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, $x_0 \in [a, b]$, 设 $f'(x_0) = 0$,

(1) 如果当 $x < x_0$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $x > x_0$ 时, $f'(x) < 0$, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极大值.

(2) 如果当 $x < x_0$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > x_0$ 时, $f'(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极小值.

(3) 如果在 x_0 的两侧, $f'(x)$ 具有相同的符号, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处不取极值.

【注】(1) 使 $f'(x_0) = 0$ 的点 x_0 叫做函数 $f(x)$ 的驻点.

(2) 求多项式函数 $y = f(x)$ 的单调区间、极值的步骤:

① 求出函数的导数 y' .

② 令 $y' = 0$ 求出函数的驻点.

③ 以驻点为分界点将多项式函数的定义域 $(-\infty, +\infty)$ 分成若干个部分区间.

④ 确定上述部分区间内 y' 的符号, 然后判别函数的单调性与极值.

第二部分 三 角

第七章 三角函数及其有关概念

考点 1 角的有关概念

1. 终边相同的角

如果角 α 与角 β 的顶点与顶点重合, 始边与始边重合以后, 它们的终边也重合, 那么角 α 与角 β 称为终边相同的角.

所有与 α 角的终边相同的角, 连同 α 角在内, 有无限多个, 可以用 $k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}$ 表示. 于是与 α 终边相同的角的集合可记作 $\{\beta | \beta = k \cdot 360^\circ + \alpha, k \in \mathbb{Z}\}$.

2. 象限角

角的顶点与原点重合, 角的始边与 x 轴正方向重合, 终边落在哪个象限内, 这个角就叫做哪个象限的角(或称这个角属于第几象限).

若 α 为第 I 象限的角, 则 $2k\pi < \alpha < 2k\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$;

若 α 为第 II 象限的角, 则 $2k\pi + \frac{\pi}{2} < \alpha < (2k+1)\pi (k \in \mathbb{Z})$;

若 α 为第 III 象限的角, 则 $(2k+1)\pi < \alpha < (2k+1)\pi + \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$;

若 α 为第 IV 象限的角, 则 $(2k+1)\pi + \frac{\pi}{2} < \alpha < 2(k+1)\pi (k \in \mathbb{Z})$.

考点 2 角的度量

1. 角度与弧度之间的换算关系

$360^\circ = 2\pi$ 弧度, $180^\circ = \pi$ 弧度, $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ 弧度 ≈ 0.017453 弧度, 1 弧度 $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx$

$$57.30^\circ = 57^\circ 18'.$$

2. 某些特殊的角度与弧度之间的对应关系

度	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
弧度	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π

考点 3 任意角的三角函数

1. 定义

设 α 是一个任意大小的角, 角 α 终边上任意一点 P 的坐标是 (x, y) , 它与原点的距离是 $r(r > 0)$ (如图 7-1(1)), 那么角 α 的六个三角函数定义如下:

$$\text{正弦函数 } \sin \alpha = \frac{y}{r}, \quad \text{余弦函数 } \cos \alpha = \frac{x}{r},$$

$$\text{正切函数 } \tan \alpha = \frac{y}{x}, \quad \text{余切函数 } \cot \alpha = \frac{x}{y},$$

$$\text{正割函数 } \sec \alpha = \frac{r}{x}, \quad \text{余割函数 } \csc \alpha = \frac{r}{y}.$$

2. 任意角三角函数值在各象限的符号 (如图 7-1(2))

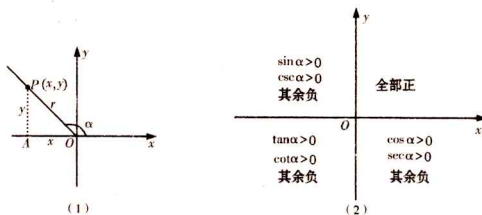


图 7-1

3. 特殊角的三角函数值

α	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
角 α 的弧度数	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在	0	不存在	0
$\cot \alpha$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	不存在	0	不存在

第八章 三角函数式的变换

§ 8.1 同角三角函数之间的关系与诱导公式

考点 1 同角三角函数的基本关系式

倒数关系	$\sin \alpha \cdot \csc \alpha = 1$ $\cos \alpha \cdot \sec \alpha = 1$ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$
商数关系	$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
平方关系	$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ $1 + \tan^2 \alpha = \sec^2 \alpha$ $1 + \cot^2 \alpha = \csc^2 \alpha$

考点 2 三角函数的诱导公式

1. $k \cdot 360^\circ + \alpha$ ($k \in \mathbb{Z}$), $-\alpha$, $180^\circ \pm \alpha$, $360^\circ - \alpha$ 的三角函数值等于 α 的同名三角函数值, 前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号. 简而言之, “函数名不变, 符号看象限”.

诱导公式可列表如下:

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
$-\alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$
$180^\circ - \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$
$180^\circ + \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
$360^\circ - \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$-\tan \alpha$	$-\cot \alpha$
$k \cdot 360^\circ + \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$

2. $90^\circ \pm \alpha$, $270^\circ \pm \alpha$ 的三角函数值等于 α 相应余函数的值前面加上一个把 α 看成锐角时原函数值的符号. 简而言之, “函数名改变(变为它的余函数), 符号看象限”.

	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tan \alpha$	$\cot \alpha$
$90^\circ - \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$\cot \alpha$	$\tan \alpha$
$90^\circ + \alpha$	$\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$
$270^\circ - \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cot \alpha$	$\tan \alpha$
$270^\circ + \alpha$	$-\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\cot \alpha$	$-\tan \alpha$

§ 8.2 两角和与差的三角函数及倍角公式

考点 3 两角和与两角差的三角函数

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + \beta) &= \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta\end{aligned}$$

↓ 相除

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}$$

以 $-\beta$ 代替 β

$$\begin{aligned}\sin(\alpha - \beta) &= \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\end{aligned}$$

↓ 相除

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}$$

考点 4 倍角公式

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha,$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1 = 1 - 2\sin^2\alpha,$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}.$$

第九章 三角函数的图像和性质

考点 1 正弦函数、余弦函数、正切函数的图像

1. 正弦函数的图像(如图 9-1)

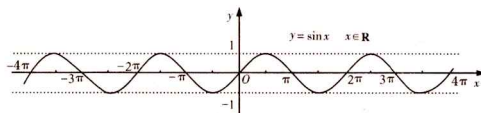


图 9-1

2. 余弦函数的图像(如图 9-2)

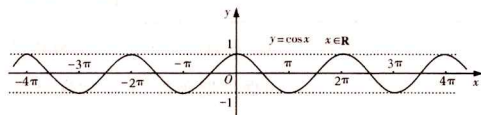


图 9-2

3. 正切函数的图像(如图 9-3)

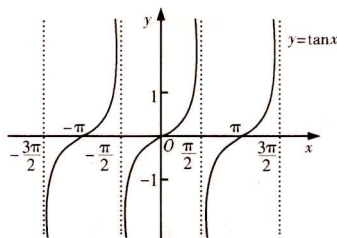


图 9-3

考点 2 正弦函数、余弦函数、正切函数、余切函数的性质

	$y = \sin x$	$y = \cos x$	$y = \tan x$	$y = \cot x$
定义域	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\{x x \in \mathbf{R}, \text{且 } x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$	$\{x x \in \mathbf{R}, \text{且 } x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$
值域	$[-1, 1]$ 最大值为 1, 最小值为 -1	$[-1, 1]$ 最大值为 1, 最小值为 -1	$\mathbf{R}$ 函数无最大值、最小值	$\mathbf{R}$ 函数无最大值、最小值
周期性	最小正周期为 2π	最小正周期为 2π	最小正周期为 π	最小正周期为 π
单调性	在 $[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi]$ 上是增函数, 在 $[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi]$ 上是减函数 ($k \in \mathbf{Z}$)	在 $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$ 上是增函数, 在 $[2k\pi, (2k+1)\pi]$ 上是减函数 ($k \in \mathbf{Z}$)	在 $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi)$ 内是增函数 ($k \in \mathbf{Z}$)	在 $(k\pi, (k+1)\pi)$ 内是减函数 ($k \in \mathbf{Z}$)
奇偶性	奇函数	偶函数	奇函数	奇函数

【注】如果存在一个不为零的常数 T , 使得函数 $y = f(x)$ 定义域内的每一个值 x , 都有 $f(x+T) = f(x)$ 成立, 就把函数 $y = f(x)$ 叫做周期函数, T 叫做这个函数的一个周期. 如果在一个周期函数的所有周期中存在一个最小的正数, 就把这个最小的正数叫做最小正周期. 通常在没有特别声明时, 我们所说的函数的周期就是指它的最小正周期.

函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 A, ω, φ 为常数, 且 $A \neq 0, \omega > 0, x \in \mathbf{R}$) 的周期 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$, 最大值为 $|A|$, 最小值为 $-|A|$.

考点 3 已知三角函数值求角

在 $y = \sin x, x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ 中, 若已知其函数值 y , 则角 $x = \arcsin y, y \in [-1, 1]$.

在 $y = \cos x, x \in [0, \pi]$ 中, 若已知其函数值 y , 则角 $x = \arccos y, y \in [-1, 1]$.

在 $y = \tan x, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 中, 若已知其函数值 y , 则角 $x = \arctan y, y \in \mathbf{R}$.

在 $y = \cot x, x \in (0, \pi)$ 中, 若已知其函数值 y , 则角 $x = \operatorname{arccot} y, y \in \mathbf{R}$.

第十章 解三角形

考点 1 解直角三角形

在直角三角形中, 由已知的角和边求未知的角和边的过程, 叫解直角三角形.

在 $\operatorname{Rt}\triangle ABC$ 中, 设角 C 为 90° , 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 那么

(1) 三个角之间的关系: $\angle A + \angle B = \angle C = 90^\circ$.

(2) 三边间的关系: $a^2 + b^2 = c^2$ (勾股定理).

(3) 边角之间的关系:

$$\sin A = \cos B = \frac{a}{c}, \sin B = \cos A = \frac{b}{c}, \tan A = \cot B = \frac{a}{b}, \tan B = \cot A = \frac{b}{a}.$$

(4) $S = \frac{1}{2}ab$ (S 为 $\operatorname{Rt}\triangle ABC$ 的面积).

考点 2 解斜三角形

由斜三角形中三个元素 (至少有一个是边) 求其余三个未知元素 (可能有两解、一解或无解) 的过程, 叫做解斜三角形.

已知 $\triangle ABC$ 中, 设 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对应的边为 a, b, c, R 为 $\triangle ABC$ 的外接圆半径.

(1) 三角形三内角和: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

(2) 正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

(3) 余弦定理:
$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{cases}$$

(4) 三角形面积公式: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C$

$$= \frac{1}{2}bc \sin A$$

$$= \frac{1}{2}ac \sin B.$$

第三部分 平面解析几何

第十一章 平面向量

考点 1 向量的概念

1. 定义:既有大小又有方向的量称为向量.
2. 表示方法:向量可用有向线段表示,有向线段的长度表示向量的大小,有向线段的方向表示向量的方向,用有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 表示向量,称为向量 $\overrightarrow{AB}$,另外还常用带箭头的小写字母 $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \dots$ 表示,在印刷时常用黑体小写字母 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}, \dots$ 表示.
3. 向量的模:向量 $\mathbf{a}$ 的大小叫向量的模(或长度),记作 $|\mathbf{a}|$.
4. 向量相等:两个向量 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 同向且等长,则称 $\mathbf{a}$ 和 $\mathbf{b}$ 相等,记作 $\mathbf{a}=\mathbf{b}$.
5. 零向量:长度等于0的向量叫做零向量,记为 $\mathbf{0}$,零向量的方向不定.
6. 相反向量:与 $\mathbf{a}$ 大小相等,方向相反的向量,称为 $\mathbf{a}$ 的相反向量,记作 $-\mathbf{a}$,特别有 $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$.
7. 平行(或共线)向量:如果若干向量的有向线段所在直线互相平行或重合,则称这些向量平行或共线.
8. 单位向量:长度等于1的向量称为单位向量.与向量 $\mathbf{a}$ 同方向的单位向量叫 $\mathbf{a}$ 的单位向量,记作 $\mathbf{a}_0, \mathbf{a}_0=\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$.

考点 2 向量的加、减运算

1. 向量的加法运算

(1) 三角形法则

已知向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ (如图 11-1(1)),在平面上任取一点 A 作 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}, \overrightarrow{BC}=\mathbf{b}$,则向量 $\overrightarrow{AC}$ 叫做向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$ 的和,记作 $\mathbf{a}+\mathbf{b}$,即 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$ (如图 11-1(2)).

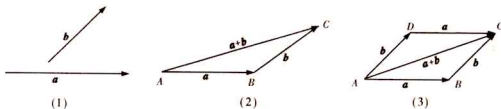


图 11-1

(2) 平行四边形法则

已知 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ (如图 11-1(1)),在平面上取一点 A,作 $\overrightarrow{AB}=\mathbf{a}, \overrightarrow{AD}=\mathbf{b}$,以 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ 为邻边作 $\square ABCD$,则其对角线 $\overrightarrow{AC}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$,即 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\mathbf{a}+\mathbf{b}$ (如图 11-1(3)).

多个向量相加,如图 11-2,采用多边形法则: $\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}$.

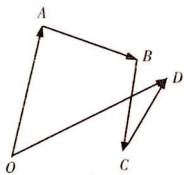


图 11-2

(3) 向量加法的运算律

向量的加法满足如下运算律:

$a+b=b+a$ (交换律),

$(a+b)+c=a+(b+c)$ (结合律).

2. 向量的减法运算

$a-b=a+(-b)$, 一个向量减去一个向量等于加上这个向量的相反向量. 一个向量 $(\overrightarrow{BA})$ 等于它的终点(A)的位置向量, 减去它的起点(B)的位置向量. 即以减向量的终点为始点, 以被减向量的终点为终点的向量叫这两个向量的差.

考点 3 数乘向量、两向量共线的条件

1. 实数 λ 与向量 a 的乘积是一个向量, 记作 λa 且 $|\lambda a|=|\lambda||a|$, 若 $a \neq 0$, 当 $\lambda > 0$ 时, λa 与 a 方向相同, 当 $\lambda < 0$ 时, λa 与 a 方向相反, 当 $\lambda = 0$ 或 $a = 0$ 时, $0a = 0$ 或 $\lambda 0 = 0$.

数乘向量满足下列运算法则(a, b 为任意向量, λ, μ 为任意实数):

$$(1) \lambda(\mu a) = (\lambda\mu)a.$$

$$(2) (\lambda + \mu)a = \lambda a + \mu a.$$

$$(3) \lambda(a+b) = \lambda a + \lambda b.$$

2. 两个非零向量 a, b 共线的充要条件是有且只有一个实数 λ , 使得 $a = \lambda b$.

考点 4 平面向量的分解定理

如图 11-3, e_1, e_2 是两个不平行的向量, 则 $\overrightarrow{AB} = 5e_1 + 3e_2$, $\overrightarrow{EF} = 8e_1 - 5e_2$, $\overrightarrow{CD} = -2e_1 + 6e_2$.

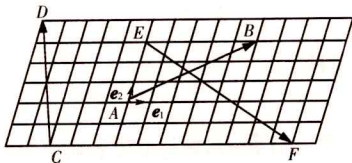


图 11-3

如果 e_1, e_2 是同一平面上两个不共线的向量, 那么对于该平面上的任一向量 a , 存在唯一的一对实数 a_1, a_2 , 使得 $a = a_1 e_1 + a_2 e_2$, 其中 $\{e_1, e_2\}$ 叫平面上的全体向量的一组基底, e_1, e_2 叫基向量.

考点 5 向量的直角坐标运算

1. 向量的坐标表示

在平面直角坐标系 xOy 内(如图 11-4)分别取与 x, y 轴方向相同的两个单位向量 e_1, e_2 , 在 xOy 平面上任一向量 a , 由平面向量分解定理可知存在唯一的有序实数对 (a_1, a_2) , 使得

$$a = a_1 e_1 + a_2 e_2.$$

(a_1, a_2) 叫向量 a 在 xOy 中的坐标, 记作 $a = (a_1, a_2)$, 其中 e_1, e_2 叫做直角坐标平面上的基底, 显然 $0 = (0, 0), e_1 = (1, 0), e_2 = (0, 1)$.

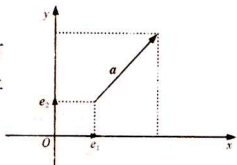


图 11-4

2. 向量的坐标运算

(1) 设 $a = (a_1, a_2), b = (b_1, b_2)$,

$$\text{则 } a + b = (a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2),$$

$$a - b = (a_1, a_2) - (b_1, b_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2),$$

$$\lambda a = \lambda(a_1, a_2) = (\lambda a_1, \lambda a_2).$$

(2) 设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则

$$\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1).$$

3. 基本公式

(1) 向量的长度及两点间的距离公式

$$\text{设 } a = (a_1, a_2), \text{ 则 } |a| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}.$$

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则

$$d_{AB} = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

(2) 中点公式

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 线段 AB 的中点为 $M(x, y)$, 则

$$x = \frac{x_2 + x_1}{2}, y = \frac{y_2 + y_1}{2}.$$

考点 6 向量的数量积

1. 向量的夹角

设两非零向量 a, b , 作 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b$, 则 $\angle AOB$ 就叫做向量 a 与 b 的夹角, 记作 $\langle a, b \rangle$, 且规定 $0 \leq \langle a, b \rangle \leq \pi$. 当 $\langle a, b \rangle = 90^\circ$ 时, 则称 a 与 b 垂直, 记作 $a \perp b$; 当 $\langle a, b \rangle = 0^\circ$ 时, a 与 b 同

向; 当 $\langle a, b \rangle = 180^\circ$ 时, a 与 b 反向.

2. 向量 a, b 的数量积

$$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cos \langle a, b \rangle.$$

【注】 $a \cdot b$ 的几何意义: $a \cdot b$ 等于 $|a|$ 与 b 在 a 方向上的投影 $|b| \cos \langle a, b \rangle$ 的乘积.

3. 向量的数量积的性质

(1) 两个向量的数量积是实数, 可以等于正数、负数或零.

(2) e 为单位向量, 则 $a \cdot e = e \cdot a = |a| \cos \langle a, e \rangle$.

(3) $a \perp b \Leftrightarrow a \cdot b = 0$.

(4) $a \cdot a = |a|^2$ 或 $|a| = \sqrt{a \cdot a}$.

(5) $\cos \langle a, b \rangle = \frac{a \cdot b}{|a| \cdot |b|}$.

(6) $|a \cdot b| \leq |a| \cdot |b|$.

4. 数量积的坐标表示

在坐标平面 xOy 内, 已知 $a = (a_1, a_2)$, $b = (b_1, b_2)$,

则 $a \cdot b = (a_1, a_2) \cdot (b_1, b_2) = a_1 b_1 + a_2 b_2$.

性质: $a \perp b \Leftrightarrow a_1 b_1 + a_2 b_2 = 0$;

$a \parallel b \Leftrightarrow a_1 b_2 - a_2 b_1 = 0$ 或 $a \parallel b \Leftrightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$.

第十二章 直线

考点 1 直线的倾斜角和斜率

1. 倾斜角

一条直线向上的方向与 x 轴的正方向所成的最小正角 α , 叫做这条直线的倾斜角. 当直线平行于 x 轴时, 规定它的倾斜角为 0° , 因此倾斜角的取值范围是 $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$.

2. 斜率

一条直线的倾斜角 α ($\alpha \neq 90^\circ$) 的正切值, 叫做这条直线的斜率. 斜率常用 k 来表示, 即 $k = \tan \alpha$.

当 α 为锐角时, $k > 0$; 当 α 为钝角时, $k < 0$; 当 $\alpha = 90^\circ$ 时, k 不存在; 当 $\alpha = 0^\circ$ 时, $k = 0$.

3. 斜率公式

如果 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 是直线上的任意两点, 那么这条直线的斜率 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

($x_2 \neq x_1$).

当 $x_2 = x_1$ 时, 直线平行于 y 轴或与 y 轴重合, 倾斜角 $\alpha = 90^\circ$, 斜率不存在.

当 $y_2 = y_1$ 时, 直线平行于 x 轴或与 x 轴重合, 倾斜角 $\alpha = 0^\circ$, 斜率 $k = 0$.

考点 2 直线方程的五种形式

名称	已知条件	方程形式	说 明
斜截式	斜率 k 和直线在 y 轴上的截距 b	$y = kx + b$	不包括 y 轴和平行于 y 轴的直线
点斜式	直线过点 $P_1(x_1, y_1)$ 和斜率 k	$y - y_1 = k(x - x_1)$	不包括 y 轴和平行于 y 轴的直线
两点式	直线过点 $P_1(x_1, y_1)$ 和点 $P_2(x_2, y_2)$ ($x_1 \neq x_2, y_1 \neq y_2$)	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	不包括坐标轴和平行于坐标轴的直线
截距式	直线在 x 轴上的截距是 a ($a \neq 0$), 直线在 y 轴上的截距是 b ($b \neq 0$)	$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$	不包括经过原点的直线以及平行于坐标轴的直线
一般式	A, B 不同时为零	$Ax + By + C = 0$	任何一条直线都可以写成此形式

考点 3 两直线的位置关系

设两直线斜率都存在, 其方程分别为 $l_1: y = k_1x + b_1$ (或 $A_1x + B_1y + C_1 = 0$), $l_2: y = k_2x + b_2$ (或 $A_2x + B_2y + C_2 = 0$) (A_2, B_2, C_2 不等于 0).

1. 两条直线平行、重合、垂直、相交

(1) 直线 l_1 与 l_2 平行 $\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$ (或 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$).

(2) 直线 l_1 与 l_2 重合 $\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$ (或 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$).

(3) 直线 l_1 与 l_2 垂直 $\Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$ (或 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$).

(4) 直线 l_1 与 l_2 相交 $\Leftrightarrow k_1 \neq k_2$ (或 $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$) (垂直是相交的特殊情况).

2. 两直线的交点坐标

已知两条直线的方程分别为 $l_1: A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $l_2: A_2x + B_2y + C_2 = 0$. 解方程

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

如果方程组有唯一解, 这个解就是两条直线交点的坐标; 无解, 两条直线平行; 无穷多解, 两条直线重合.

3. 点到直线的距离

点到直线的垂线段的长,叫做点到直线的距离.

设点 $P(x_0, y_0)$ 到直线 $Ax + By + C = 0$ 的距离为 d , 则 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$.

第十三章 圆锥曲线

§ 13.1 曲线和方程、圆

考点 1 曲线和方程

1. 定义

在直角坐标系中,如果某曲线 C 上的点与一个二元方程 $f(x, y) = 0$ 的实数解建立了如下关系:

- (1) 曲线上的点的坐标都是这个方程的解.
- (2) 以这个方程的解为坐标的点都是曲线上的点.

那么,这个方程叫做曲线的方程,这条曲线叫做方程的曲线.

2. 曲线的交点

(1) 曲线与坐标轴的交点

在方程 $f(x, y) = 0$ 中,令 $x = 0$,可求出曲线与 y 轴的交点;在方程 $f(x, y) = 0$ 中,令 $y = 0$,可求出曲线与 x 轴的交点.

(2) 两曲线的交点

求两曲线的交点通常是由求方程组 $\begin{cases} F_1(x, y) = 0 \\ F_2(x, y) = 0 \end{cases}$ 的解而得出,方程组有几组实数解,曲线

就有几个交点,没有实数解,曲线就不相交.

考点 2 圆

1. 圆的定义

平面内到定点的距离等于定长的点的轨迹称为圆,定点为圆心,定长为半径.

2. 圆的标准方程

设圆心在点 (a, b) , 半径为 r , 则圆的标准方程为

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2.$$

圆心在原点 $(0, 0)$, 半径为 r 时, 圆的方程是 $x^2 + y^2 = r^2$.

3. 圆的一般方程

$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 (D^2 + E^2 - 4F > 0)$, 经过配方此方程可配成

$$\left(x + \frac{D}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{E}{2}\right)^2 = \frac{D^2 + E^2 - 4F}{4}.$$

当 $D^2 + E^2 - 4F > 0$ 时, 方程表示的是圆心在点 $\left(-\frac{D}{2}, -\frac{E}{2}\right)$, 半径是 $\frac{\sqrt{D^2 + E^2 - 4F}}{2}$ 的圆; 否则, 此方程表示的不是圆.

4. 点与圆的位置关系

点 $P(x_0, y_0)$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系: 点 P 到圆心的距离 $d = \sqrt{(x_0-a)^2 + (y_0-b)^2}$, 当 $d=r$ 时点 P 在圆上, 当 $d < r$ 时点 P 在圆内; 当 $d > r$ 时点 P 在圆外.

5. 直线与圆的位置关系

直线 $Ax + By + C = 0$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系: 设圆心到直线的距离为 $d = \frac{|A \cdot a + B \cdot b + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$, 当 $d < r$ 时直线和圆相交; 当 $d = r$ 时直线与圆相切; 当 $d > r$ 时, 直线和圆相离.

6. 圆的切线方程

过圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 上一点 $P_0(x_0, y_0)$ 的切线方程是 $x_0x + y_0y = r^2$.

§ 13.2 椭圆

考点 3 椭圆的概念

第一定义: 平面内与两个定点 F_1, F_2 的距离之和等于常数 $2a(2a > |F_1F_2|)$ 的点的轨迹叫做椭圆, 两定点叫椭圆的焦点, 两定点间的距离叫焦距.

第二定义: 平面内与一个定点 F 和一条定直线的距离的比等于一个常数 $e(0 < e < 1)$ 的动点的轨迹叫做椭圆, 这个常数 e 叫椭圆的离心率, 定点 F 叫椭圆的焦点, 定直线叫椭圆的准线.

考点 4 椭圆的标准方程和几何性质

标准方程	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$
图 形		

(续表)

标准方程	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$
顶点	$A_1(-a, 0), A_2(a, 0),$ $B_1(0, -b), B_2(0, b)$	$A_1(0, -a), A_2(0, a),$ $B_1(-b, 0), B_2(b, 0)$
对称轴	x 轴、 y 轴 长轴长 $2a$, 短轴长 $2b$	
焦点	$F_1(c, 0), F_2(-c, 0)$	$F_1(0, -c), F_2(0, c)$
焦距	$ F_1F_2 = 2c (c > 0)$ $c^2 = a^2 - b^2$	
离心率	$e = \frac{c}{a} (0 < e < 1)$	
准线	$x = \pm \frac{a^2}{c}$	$y = \pm \frac{a^2}{c}$

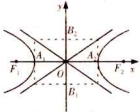
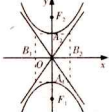
§ 13.3 双曲线

考点 5 双曲线的概念

第一定义:平面内与两个定点 F_1, F_2 的距离差的绝对值等于常数 $2a (2a < |F_1F_2|)$ 的点的轨迹叫做双曲线. 两定点叫做双曲线的焦点, 两定点间的距离 $|F_1F_2| = 2c$ 叫做双曲线的焦距.

第二定义:平面内与一个定点 F 和一条定直线 l 的距离的比是常数 $e (e > 1)$ 的动点的轨迹叫做双曲线, 常数 e 叫做双曲线的离心率, 定点 F 叫做双曲线的焦点, 定直线叫双曲线的准线.

考点 6 双曲线的标准方程和几何性质

标准方程	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$
图形		

(续表)

标准方程	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$
顶 点	$A_1(-a, 0), A_2(a, 0)$	$A_1(0, -a), A_2(0, a)$
对称轴	x 轴、 y 轴 实轴长 $2a$, 虚轴长 $2b$	
焦 点	$F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$	$F_1(0, -c), F_2(0, c)$
焦 距	$ F_1 F_2 = 2c (c > 0)$ $c^2 = a^2 + b^2$	
离心率	$e = \frac{c}{a} (e > 1)$	
准 线	$x = \pm \frac{a^2}{c}$	$y = \pm \frac{a^2}{c}$
渐 近 线	$y = \pm \frac{b}{a} x$	$y = \pm \frac{a}{b} x$

§ 13.4 抛物线

考点 7 抛物线的定义

平面内与一个定点 F 和一条定直线 l 的距离相等的动点的轨迹叫做抛物线, 定点 F 叫抛物线的焦点, 定直线 l 叫做抛物线的准线.

考点 8 抛物线的标准方程和性质

标准方程	$y^2 = 2px (p > 0)$	$y^2 = -2px (p > 0)$	$x^2 = 2py (p > 0)$	$x^2 = -2py (p > 0)$
图 形				
顶 点	$O(0, 0)$			
对称轴	x 轴		y 轴	
焦 点	$F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$	$F\left(-\frac{p}{2}, 0\right)$	$F\left(0, \frac{p}{2}\right)$	$F\left(0, -\frac{p}{2}\right)$
离心率	$e = 1$			
准 线	$x = -\frac{p}{2}$	$x = \frac{p}{2}$	$y = -\frac{p}{2}$	$y = \frac{p}{2}$

第四部分 概率与统计初步

第十四章 排列与组合

考点 1 分类计数原理、分步计数原理

	分类计数原理(加法原理)	分步计数原理(乘法原理)
定义	做一件事,完成它有 n 类方法,第一类有 m_1 种不同的方法,第二类有 m_2 种不同的方法, ..., 第 n 类有 m_n 种不同的方法,那么完成这件事共有 $N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$ 种不同的方法	做一件事,完成它需要分成 n 个步骤,做第一步有 m_1 种不同的方法,做第二步有 m_2 种不同的方法, ..., 做第 n 步有 m_n 种不同的方法. 那么完成这件事共有 $N = m_1 \cdot m_2 \cdot \cdots \cdot m_n$ 种不同的方法
区别	与分类有关	与分步有关

考点 2 排列、组合

	排 列	组 合
定义	从 n 个不同元素中,任取 $m(m, n \in \mathbf{N}_+ \text{ 且 } m \leq n)$ 个,按照一定的顺序排成一列,称为从 n 个不同元素中任意取出 m 个元素的一个排列	从 n 个不同元素中,任取 $m(m, n \in \mathbf{N}_+ \text{ 且 } m \leq n)$ 个元素并成一组,称为从 n 个不同元素中任意取出 m 个元素的一个组合
符号	从 n 个不同元素中取出 $m(m, n \in \mathbf{N}_+ \text{ 且 } m \leq n)$ 个元素的所有排列的个数,称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数,用符号 P_n^m 表示(或记为 A_n^m)	从 n 个不同元素中取出 $m(m, n \in \mathbf{N}_+ \text{ 且 } m \leq n)$ 个元素的所有组合的个数,称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数,用 C_n^m 表示
公式	(1) 连乘形式 $P_n^m = n(n-1)(n-2) \cdots (n-m+1)$ (2) 阶乘形式 $P_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$, 规定 $0! = 1$ (3) 全排列数公式 $P_n^n = n!$	(1) $C_n^m = \frac{P_n^m}{P_n^m} = \frac{n(n-1) \cdots (n-m+1)}{m!}$ (2) $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$, 规定 $C_n^0 = 1$
性质	(1) $P_n^m = n P_{n-1}^{m-1}$ (2) $P_n^m = (n-m+1) P_n^{m-1}$	(1) $C_n^m = C_n^{n-m}$ (2) $C_{n+1}^m = C_n^m + C_n^{m-1}$
区别	与顺序有关	与顺序无关

第十五章 概率、统计初步

考点 1 随机事件的概率

在大量重复进行同一次试验时,事件 A 发生的频率 $\frac{m}{n}$ (其中, n 为试验的次数, m 为事件 A 发生的次数) 总接近于某个常数, 在它附近摆动, 则称这个常数是事件 A 的概率, 记作 $P(A)$, 并且 $0 \leq P(A) \leq 1$, 此时必然事件的概率是 1, 不可能事件的概率是 0.

考点 2 等可能事件的概率

如果一次试验, 由 n 个基本事件组成, 且所有基本事件出现的可能性相等, 那么每一个基本事件的概率均为 $\frac{1}{n}$.

一般地, 如果一次试验中共有 n 种可能出现的结果, 其中事件 A 包含的结果有 m 种, 那么事件 A 的概率 $P(A)$ 是 $\frac{m}{n}$, 即 $P(A) = \frac{m}{n}$.

考点 3 互斥事件有一个发生的概率

1. 不可能同时发生的两个事件, 叫做互斥事件.
2. 若事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 中的任何两个都是互斥事件, 则称事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 彼此互斥.
3. 互斥事件的概率加法公式: 设事件 A, B 互斥, 把 A, B 中有一个发生的事件记作 $A+B$, 则有

$$P(A+B) = P(A) + P(B).$$

如果事件 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 彼此互斥, 那么事件 $A_1 + A_2 + \dots + A_n$ 发生 (即 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 中有一个发生) 的概率, 等于这 n 个事件分别发生的概率的和, 即

$$P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n).$$

4. 试验时, 如果两个互斥事件 A, B 中必有一个发生, 那么就称 A, B 为对立事件, 一个事件 A 的对立事件记为 $\bar{A}$. 可见, $A + \bar{A}$ 是一个必然事件, 即 $P(A + \bar{A}) = 1$, 且 $P(A) + P(\bar{A}) = P(A + \bar{A}) = 1$, 即两个对立事件的概率的和等于 1. 由此可得

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$