

成人高考—高起点《文科数学》考前模拟卷

一、选择题（本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1. 设集合 $M = \{a, b\}$, $N = \{b, c\}$ 满足 $P \subsetneq \{M \cup N\}$ 的集合, P 的个数是 ()。

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 9

2. 已知 $a = (3, 2)$, $b = (-4, 6)$, 则 $\langle a, b \rangle =$ ()。

- A. 0
- B. $\frac{\pi}{2}$
- C. $\frac{3\pi}{2}$
- D. π

3. 已知直线 l 与直线 $2x - 3y + 5 = 0$ 平行, 则 l 的斜率为 ()。

- A. $\frac{3}{2}$
- B. $-\frac{3}{2}$
- C. $\frac{2}{3}$
- D. $-\frac{2}{3}$

4. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_2 = 15$, $a_3 = -5$, 则前 8 项的和等于 ()。

- A. 60
- B. -140
- C. -175
- D. -125

5. 已知 $\cot \alpha = 2$, 且 $\cos \alpha < 0$, 则 $\sin \alpha$ 的值等于 ()。

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$

B. $-\frac{1}{5}$

C. $-\frac{\sqrt{5}}{5}$

D. $\frac{1}{5}$

6. 命题甲： $|x|>5$ ，命题乙： $x>5$ ，则（ ）。

A. 甲是乙的充分但不必要条件

B. 甲是乙的必要但不充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7. $a=1$ 时，函数 $f(x) = 2ax^2 + (a-1)x + 3$ 的对称轴方程为（ ）。

A. $x=0$

B. $y=0$

C. $x=\frac{1}{2}$

D. $x=3$

8. 双曲线 $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{5} = 1$ 与直线 $y=2x+1$ 的公共点的个数是（ ）。

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

9. 函数 $f(x) = -x^2 + 4x - 2$ 在区间 $[1, 4]$ 上的最大值和最小值分别是（ ）。

A. 2 和 -2

B. 2，没有最小值

C. 1 和 1

D. 2 和 4

10. 函数 $y = \sin \frac{x}{2} \sin(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2})$ 的最小正周期是 ()。

A. 4π

B. π

C. 2π

D. $\frac{\pi}{2}$

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbb{R}$ ，且满足 $f(2x) = 3^x$ ，则 $f(x)$ 的反函数为 ()。

A. $y = \log_2 x^3$

B. $y = 2 \log_3 x$

C. $y = \frac{1}{2} \log_3 x$

D. $y = \log_3 x^{\frac{1}{2}}$

12. 若函数 $f(x) = 1 + \log_a x$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数，则 ()。

A. $a > 1$

B. $a > 2$

C. $1 < a < 2$

D. $0 < a < 1$

13. 5 人排成一排，如果甲必须站在排头或排尾，而乙不能站在排头或排尾，不同的排法种数是 ()。

A. 18

B. 36

C. 48

D. 60

14. 椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的焦点是 F_1 和 F_2 ，点 P 在椭圆上， $\triangle PF_1F_2$ 的周长是 ()。

A. $6+4\sqrt{3}$

B. 18

C. 15

D. $6-4\sqrt{3}$

15. 直线 $2x - y + 7 = 0$ 与圆 $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 20$ 的位置关系是 ()。

A. 相离

B. 相交但不过圆心

C. 相切

D. 相交且过圆心

16. 若函数 $f(x)$ 是奇函数，则函数 $F(x) = f(x) \sin(\frac{3\pi}{2} - x)$ 的奇偶性是 ()。

A. 奇函数

B. 偶函数

C. 是非奇非偶函数

D. 既是奇函数，又是偶函数

17. 已知在 $Rt \triangle ABC$ 中， a, b 分别为 $\angle A$ 与 $\angle B$ 的对边， $\angle C = 90^\circ$ ， $b=8$ ， $\angle A=15^\circ$ 则 $a=$ ()。

A. $16-8\sqrt{3}$

B. $16+8\sqrt{3}$

C. $2-\sqrt{3}$

D. $8\sqrt{6}-8\sqrt{2}$

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分)

18. 曲线 $y = x^4 + x^3$ 在点 $(-1, 0)$ 处的切线方程为_____。

19. 函数 $y = \lg(x^2 - x - 2)$ 的定义域为_____.

20. 从 5 位男生和 4 位女生中选出 2 人作代表, 恰好一男生和一女生的概率是_____.

21. 任选一个不大于 20 的正整数, 它恰好是 3 的整数倍的概率是_____.

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤.)

22. (本小题满分 12 分)

已知抛物线经过点 (2 3), 对称轴方程为 $x=1$, 且在 x 轴上截得的弦长为 4, 试求抛物线的解析式。

23. (本小题满分 12 分)

问数列: $\lg 100, \lg(100\sin 45^\circ), \lg(100\sin^2 45^\circ) \cdots \lg(100\sin^{n-1} 45^\circ), \dots$, 前几项和最大? 并求最大值. ($\lg 2 = 0.3010$)

24. (本小题满分 12 分)

已知三角形的一个内角是 $\frac{\pi}{3}$, 面积是 $10\sqrt{3}$, 周长是 20, 求各边的长。

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 和一开口向右, 顶点在原点的抛物线有公共焦点, 设 P 为该椭圆与抛物线的一个交点, 如果 p 点的横坐标为 $\frac{1}{2}$, 求此椭圆的离心率。

2019 年成人高考—高起点《文科数学》考前模拟卷参考答案

一、选择题

1. 【答案】B

【解析】方法一：由已知条件得： $M \cup N = \{a, b, c\}$

$\therefore P \subsetneq \{a, b, c\}$,

$\therefore$ 满足条件的集合 P 为 $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$.

方法二： P 是集合 $\{a, b, c\}$ 的真子集，所以它的个数为 $2^3 - 1 = 2^3 - 1 = 7$

2. 【答案】B

【解析】 $a \cdot b = 3 \times (-4) + 2 \times 6 = 0$.

$\therefore a \perp b$

$\because 0 \leq \langle a, b \rangle < \pi$, $\therefore \langle a, b \rangle = \frac{\pi}{2}$

3. 【答案】C

【解析】已知直线与直线 $2x - 3y + 5 = 0$ 平行，故 $k_1 = \frac{2}{3}$

4. 【答案】B

【解析】由已知条件及等差数列的定义得

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 15 \\ a_3 = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1 + d = 15 \\ a_1 + 2d = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{35}{3} \\ d = -\frac{25}{3} \end{cases}$$

求和方法一： $\because a_8 = a_1 + 7d$

$$\begin{aligned} &= \frac{35}{3} + 7 \times \left(-\frac{25}{3}\right) \\ &= -\frac{140}{3} \end{aligned}$$

$$\therefore s_8 = \frac{8 \left(\frac{35}{3} - \frac{140}{3} \right)}{2} = -140.$$

$$\begin{aligned} \text{方法二：} s_8 &= 8 \times \frac{35}{3} + \frac{8(8-1)}{2} \times \left(-\frac{25}{3}\right) \\ &= -140 \end{aligned}$$

5. 【答案】C

$$\text{由题意得方程组} \begin{cases} \cot \alpha = 2 \\ \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \end{cases}$$

【解析】

$$\Rightarrow \sin^2 \alpha + 4\sin^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin^2 \alpha = \frac{1}{5} \\ \cos \alpha < 0 \\ \cot \alpha > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}.$$

6. 【答案】B

【解析】 $\because |x| > 5 \nRightarrow x > 5$, 而 $x > 5 \Rightarrow |x| > 5$,

$\therefore$ 甲是乙的必要条件, 但不是充分条件.

7. 【答案】A

【解析】 $a = 1$ 时, $f(x) = 2x^2 + 3$. 此时抛物线的对称轴方程为 $x = 0$.

[注] 当二次函数式中的一次项系数 $b = 0$ 时, 函数图像的对称轴就为 y 轴. 反之也成立.

8. 【答案】B

$$\begin{cases} \frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{5} = 1 \\ y = 2x + 1 \end{cases} \Rightarrow 11x^2 + 20x - 40 = 0,$$

【解析】

$$\because \Delta = 400 + 4 \times 11 \times 40 > 0,$$

$\therefore$ 方程有两个不相等的实数根,

$\therefore$ 方程组有两个不同的解, 故双曲线与直线有两个公共点.

9. 【答案】A

【解析】 $f(x) = -x^2 + 4x - 2$

$$= -(x-2)^2 + 2$$

$\therefore$ 当 $x = 2$ 时, $y_{\text{最大值}} = 2$,

又 $\because f(1) = 1, f(4) = -2$,

∵ 当 $x=4$ 时, $y_{\text{最小值}}=-2$,

10. 【答案】C

$$\begin{aligned}\text{【解析】} \because y &= \sin \frac{x}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2} \right) \\ &= \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} \\ &= \frac{1}{2} \sin x\end{aligned}$$

∴ 函数的最小正周期 $T=2\pi$

11. 【答案】B

$$\text{【解析】} \text{令 } 2x=t, \text{ 则 } x=\frac{t}{2},$$

$$\therefore \text{有 } f(t)=3^{\frac{t}{2}}$$

$$\therefore f(x)=3^{\frac{t}{2}}, \text{ 即 } y=3^{\frac{t}{2}} \quad (x \in R) \quad (y > 0),$$

$$\therefore \frac{x}{2} = \log_3 y, \therefore x = 2 \log_3 y,$$

$$\therefore y = 2 \log_3 x \quad (x > 0) \text{ 是 } f(x) = 3^{\frac{t}{2}} \text{ 的反函数.}$$

12. 【答案】D

【解析】由已知条件 $f(x)=1+\log_a x$ 在 $(0,+\infty)$ 上是减函数, 及对数函数 $y=\log_a x$ 的性质可得底数 $0 < a < 1$

13. 【答案】B

【解析】5人排成一排, 甲必须站在排头或排尾共有 $P \frac{1}{2}$ 种排法, 而乙不能站在排头或排尾, 他只能站在除排头、排尾以外的三个位置上的一个, 共有 $P \frac{1}{3}$ 种排法. 其余3个人站在除甲、乙两个位置以外的三个位置上共有 $P \frac{3}{3}$ 种排法, 由分步计数原理得满足条件的排法共有 $P \frac{1}{2} \cdot P \frac{1}{3} \cdot P \frac{3}{3} = 36$ 种.

14. 【答案】A

$$\text{【解析】} \text{由方程 } \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1 \text{ 得 } a^2=12, d^2=3$$

$$\therefore c^2 = a^2 - b^2 = 12 - 3 = 9$$

15. 【答案】C

【解析】易知圆心坐标为 $(1, -1)$ 圆心到直线 $2x - y + 7 = 0$ 的距离

$$d = \frac{|2 \times 1 + 1 + 7|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5},$$

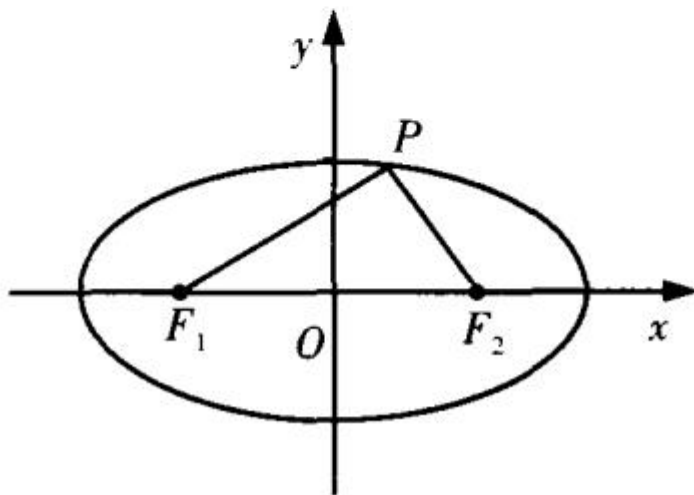
$$\because \text{圆的半径 } r = \sqrt{20} = 2\sqrt{5},$$

$\therefore d = r, \therefore$ 直线与圆相切.

$$\therefore c = 3, a = 2\sqrt{3},$$

如图由椭圆的定义可知 $\triangle PF_1F_2$ 的周长等于

$$\begin{aligned} |PF_1| + |PF_2| + |F_1F_2| &= 2a + 2c \\ &= 4\sqrt{3} + 6. \end{aligned}$$



16. 【答案】A

【解析】 $\because f(x)$ 是奇函数,

$$\therefore f(-x) = -f(x),$$

$$\therefore F(x) = f(x)(-\cos x) = -f(x)\cos x,$$

$$\therefore F(-x) = -f(-x)\cos(-x)$$

$$= f(x)\cos x$$

$$= -F(x),$$

$$\therefore F(x) = f(x)\sin\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \text{ 为奇函数.}$$

17. 【答案】A

【解析】 $\because \angle C = 90^\circ, b = 8, \angle A = 15^\circ,$

$$\therefore a = b \tan 15^\circ$$

$$= 8 \tan(45^\circ - 30^\circ)$$

$$= 8 \times \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \cdot \tan 30^\circ}$$

$$= 8 \times \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}} = 16 - 8\sqrt{3}.$$

二、填空题

18. 【答案】 $x + y + 1 = 0$

【解析】由曲线 $y = x^4 + x^3$ 得 $y' = 4x^3 + 3x^2,$

$y'|_{x=-1} = -1,$ 所以切线方程为 $y = -(x+1)$ 即

$$x+y+1=0$$

19. 【答案】 $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

【解析】要使函数 $y = \lg(x^2 - x - 2)$ 有意义，必须使 $x^2 - x - 2 > 0$

$$\Rightarrow x > 2 \text{ 或 } x < -1,$$

$\therefore$ 函数的定义域为 $(-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$.

20. 【答案】 $\frac{5}{9}$

【解析】从 5 位男生和 4 位女生中任选 2 人的选法共有 C_9^2 种，恰好一男生和一女生的这

法共有 $C_5^1 \cdot C_4^1$ 种，所以恰好选出一男生和一女生的概率是 $\frac{C_5^1 \cdot C_4^1}{C_9^2} = \frac{5}{9}$.

21. 【答案】 $\frac{3}{10}$

【解析】设 n 为不大于 20 的正整数的个数，则 $n=20$, m 为在这 20 个数中 3 的倍数：3、6、

9、12、15、18 的个数， $\therefore m=6$, $\therefore$ 所求的概率 $= \frac{m}{n} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$.

三、解答题

22. 【答案】

设抛物线 $y = a(x - x_1)(x - x_2)$, 与 x 轴的两交

点为 $A(x_1, 0), B(x_2, 0)$,

由 $|AB| = 4$, 对称轴为 $x = 1$ 得 $x_1 = 1 - 2 = -1$,

$$x_2 = 1 + 2 = 3,$$

$\therefore y = a(x+1)(x-3)$, 又 $\because$ 抛物线过点 $(2, 3)$,

$\therefore 3 = a(2+1)(2-3)$, 得 $a = -1$,

故所求的抛物线方程为 $y = -(x+1)(x-3)$,

$$\text{即 } y = -x^2 + 2x + 3.$$

23. 【答案】

方法一：由对数的运算法则，原数列化简为

$$2, 2 - \frac{1}{2}\lg 2, 2 - \lg 2, 2 - \frac{3}{2}\lg 2, \dots,$$

$$2 - \frac{1}{2}(\lg 2)(n-1),$$

可知此数列是以 2 为首项以 $-\frac{1}{2}\lg 2$ 为公差的等

差数列.

$$\therefore S_n = \frac{n\{2 + [2 - \frac{1}{2}(\lg 2)(n-1)]\}}{2}$$

$$= (-\frac{1}{4}\lg 2)n^2 + (\frac{1}{4}\lg 2 + 2)n,$$

把前 n 项和看作是以 n 为自变量的二次函数，

$$a = -\frac{1}{4}\lg 2,$$

$$b = \frac{1}{4}\lg 2 + 2, \because a < 0, \therefore S_n \text{ 有最大值},$$

$$\therefore \text{当 } n = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{1}{4}\lg 2 + 2}{2 \times (-\frac{1}{4}\lg 2)}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{4}{\lg 2} \approx 14,$$

即 $n = 14$ 时, S_n 的值最大, 最大值为

$$S_{14} = \frac{14[2 + 2 - \frac{13}{2}(\lg 2)]}{2} \approx 14.3.$$

方法二：由方法一知 $d = -\frac{1}{2}\lg 2 < 0, \therefore$ 数列

$\{a_k\}$ 为递减数列, 若 $a_k \geq 0, a_{k+1} < 0$, 则前 k 项和

$$\text{最大, } \begin{cases} a_k \geq 0 \\ a_{k+1} < 0 \end{cases} \Rightarrow 13.3 < k \leq 14.3, \because k \in \mathbb{Z}_+,$$

$\therefore k = 14$, 故前 14 项和最大, 最大值为 14.3.

24. 【答案】

设三角形三边分别为 a, b, c , $\angle A = 60^\circ$,

$$\text{由已知得} \begin{cases} \frac{1}{2}bc \sin A = 10\sqrt{3} \\ a + b + c = 20 \\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \end{cases},$$

解之得 $a_1 = 7, b_1 = 5, c_1 = 8$ 或 $a_2 = 7, b_2 = 8, c_2 = 5$,

故三边长分别为 7, 5, 8.

25. 【答案】

设抛物线方程为 $y^2 = 2px$ ($p > 0$), 由已知得椭圆焦点在 x 轴上, $a = 1, \therefore 0 < b < 1$,

半焦距 $c = \sqrt{1 - b^2}$, 因为抛物线与椭圆有公共

焦点, 所以 $\frac{p}{2} = c$,

$\therefore p = 2c$, 抛物线方程为 $y^2 = 4cx$, 代入椭圆方

程得 $x^2 + \frac{4cx}{b^2} = 1$, 即 $b^2 x^2 + 4cx - b^2 = 0$,

设 P 点的横坐标为 x_p , 则 $x_p > 0$,

$$\text{且 } x_p = \frac{-2c + \sqrt{4c^2 + b^4}}{b^2} = \frac{-2c + 2 - b^2}{b^2},$$

设椭圆的离心率为 $e = \frac{c}{a}$, $\therefore a = 1, \therefore e = c$,

$$\therefore x_p = \frac{-2e + 1 + e^2}{1 - e^2} = \frac{1 - e}{1 + e},$$

$$\therefore x_p = \frac{1}{2}, \therefore \frac{1 - e}{1 + e} = \frac{1}{2}, \text{得 } e = \frac{1}{3}.$$