

附录四

2022 年成人高等学校招生全国统一考试

数学(理科)试卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第Ⅰ卷 选择题(共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 若集合 $M = \{x \mid |x-2| < 1\}$, $N = \{x \mid x > 2\}$, 则 $M \cap N =$ ()
A. $\{x \mid 1 < x < 3\}$
B. $\{x \mid x > 2\}$
C. $\{x \mid 2 < x < 3\}$
D. $\{x \mid 1 < x < 2\}$
- 设函数 $f(x) = x^2 - 1$, 则 $f(x+1) =$ ()
A. $x^2 + 2x + 1$
B. $x^2 + 2x$
C. $x^2 + 1$
D. x^2
- 函数 $y = \lg(x^2 - 4x + 3)$ 的定义域是 ()
A. $\{x \mid -3 < x < -1\}$
B. $\{x \mid x < -3 \text{ 或 } x > -1\}$
C. $\{x \mid 1 < x < 3\}$
D. $\{x \mid x < 1 \text{ 或 } x > 3\}$
- 下列函数中,为奇函数的是 ()
A. $y = \cos^2 x$
B. $y = \sin x$
C. $y = 2^{-x}$
D. $y = x + 1$
- 下列函数中,为减函数的是 ()
A. $y = \cos x$
B. $y = 3^x$
C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$
D. $y = 3x^2 - 1$

6. 设 α 是第三象限角, 若 $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\sin\alpha$ ()
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
7. 函数 $y = x^2 + 1 (x \leq 0)$ 的反函数是 ()
- A. $y = -\sqrt{x-1} (x \geq 1)$ B. $y = \sqrt{x-1} (x \geq 1)$
C. $y = \sqrt{x} - 1 (x \geq 0)$ D. $y = -\sqrt{x} - 1 (x \geq 0)$
8. 过点 $(-2, 2)$ 与直线 $x + 3y - 5 = 0$ 平行的直线是 ()
- A. $x + 3y - 4 = 0$ B. $3x + y + 4 = 0$
C. $x + 3y + 8 = 0$ D. $3x - y + 8 = 0$
9. 已知 $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{5}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()
- A. $-\frac{24}{25}$ B. $-\frac{7}{25}$
C. $\frac{7}{25}$ D. $\frac{24}{25}$
10. 设甲: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$; 乙: $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$. 则 ()
- A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
11. 已知空间向量 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 为两两垂直的单位向量, 向量 $\mathbf{a} = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + m\mathbf{k}$, 若 $|\mathbf{a}| = \sqrt{13}$, 则 $m =$ ()
- A. -2 B. -1
C. 0 D. 1
12. $(2-3i)^2 =$ ()
- A. $13-6i$ B. $13-12i$
C. $-5-6i$ D. $-5-12i$
13. 中心在坐标原点, 对称轴为坐标轴, 且一个顶点为 $(3, 0)$, 虚轴长为 8 的双曲线的方程是 ()
- A. $\frac{y^2}{9} - \frac{x^2}{16} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$
C. $\frac{y^2}{64} - \frac{x^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{64} = 1$

14. $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^5$ 的展开式中, x^2 的系数为()
- A. 20 B. 10
C. 5 D. 1
15. 已知直线 $l: 3x - 2y - 5 = 0$, 圆 $C: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$, 则 C 上到 l 的距离为 1 的点共有()
- A. 1 个 B. 2 个
C. 3 个 D. 4 个
16. 袋中有 6 个球, 其中 4 个红球, 2 个白球, 从中随机取出 2 个球, 则其中恰有 1 个红球的概率为()
- A. $\frac{8}{15}$ B. $\frac{4}{15}$
C. $\frac{2}{15}$ D. $\frac{1}{15}$
17. 给出下列两个命题:
- ① 如果一条直线与一个平面垂直, 则该直线与该平面内的任意一条直线垂直
② 以二面角的棱上任意一点为端点, 在二面角的两个面内分别作射线, 则这两条射线所成的角为该二面角的平面角
- 则()
- A. ①②都为真命题 B. ①为真命题, ②为假命题
C. ①为假命题, ②为真命题 D. ①②都为假命题

第Ⅱ卷 非选择题 (共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 点 $(4, 5)$ 关于直线 $y = x$ 的对称点的坐标为_____.
19. 长方体的长、宽、高分别为 2, 3, 6, 则该长方体的对角线长为_____.
20. 某校学生参加一次科技知识竞赛, 抽取了其中 8 位同学的分数作为样本, 数据如下:
- 90, 90, 75, 70, 80, 75, 85, 75.
- 则该样本的平均数为_____.
21. 设函数 $f(x) = x \sin x$, 则 $f'(x) =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 4 小题,共 49 分.解答应写出推理、演算步骤)

22.(本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $B=120^\circ$, $BC=4$,求 $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$,求 AC .

23.(本小题满分 12 分)

已知 a, b, c 成等差数列, $a, b, c+1$ 成等比数列.若 $b=6$,求 a 和 c .

24.(本小题满分 12 分)

已知直线 l 的斜率为 1, l 过抛物线 $C: x^2 = \frac{1}{2}y$ 的焦点, 且与 C 交于 A, B 两点.

(I) 求 l 与 C 的准线的交点坐标;

(II) 求 $|AB|$.

25.(本小题满分 13 分)

设函数 $f(x) = x \ln x + x$.

(I) 求曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;

(II) 求 $f(x)$ 的极值.



参考答案

一、选择题

- 1.C 2.B 3.D 4.B 5.C 6.D 7.A 8.A 9.D 10.A
11.C 12.D 13.B 14.C 15.D 16.A 17.B

二、填空题

18. (5, 4) 19. 7 20. 80 21. $\sin x + x \cos x$

三、解答题

22. 解: $\triangle ABC$ 的面积为 $4\sqrt{3}$ 得 $\frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 120^\circ = 4\sqrt{3}$.

所以 $AB = 4$.

因此 $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos 120^\circ = 48$.

所以 $AC = 4\sqrt{3}$.

23. 由已知得 $\begin{cases} a+c=12, \\ a(c+1)=36. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a=4, \\ c=8. \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a=9, \\ c=3. \end{cases}$

24. (I) C 的焦点为 $\left(0, \frac{1}{8}\right)$, 准线为 $y = -\frac{1}{8}$.

由题意得 l 的方程为 $y = x + \frac{1}{8}$.

因此 l 与 C 的准线的交点坐标为 $\left(-\frac{1}{4}, -\frac{1}{8}\right)$.

(II) 由 $\begin{cases} y = x + \frac{1}{8}, \\ y = 2x^2, \end{cases}$ 得 $2x^2 - x - \frac{1}{8} = 0$.

设 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{1}{2}, y_1 + y_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

因此 $|AB| = y_1 + y_2 + \frac{1}{4} = 1$.

25. (I) $f(1) = 1, f'(x) = 2 + \ln x$, 故 $f'(1) = 2$.

所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程为 $y = 2x - 1$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = e^{-2}$.

当 $0 < x < e^{-2}$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > e^{-2}$ 时, $f'(x) > 0$.

故 $f(x)$ 在区间 $(0, e^{-2})$ 单调递减, 在区间 $(e^{-2}, +\infty)$ 单调递增.

因此 $f(x)$ 在 $x = e^{-2}$ 时取得极小值 $f(e^{-2}) = -e^{-2}$.