

2023 年成人高等学校招生全国统一考试
数学(理科)试题

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第I卷 选择题 (共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 1.函数 $y = -x^2 + 2x$ 的值域是()
- A. $[0, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$
- C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, 0)$
2. 一批产品共有 5 件,其中 4 件为正品,1 件为次品,从中一次取出 2 件均为正品的概率为()
- A. 0.6 B. 0.5 C. 0.4 D. 0.3
3. 函数 $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ 的定义域为()
- A. $\mathbf{R}$ B. $\{1\}$
- C. $\{x \mid |x| \leq 1\}$ D. $\{x \mid |x| \geq 1\}$
4. 若 $x < y < 0$, 则()
- A. $\frac{1}{x} < \frac{1}{y}$ B. $\frac{x}{y} < \frac{y}{x}$
- C. $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$ D. $\frac{y}{x} + \frac{x}{y} > 2$

5.一个袋子中装有标号分别为 1,2,3,4 的四个球,采用有放回的方式从袋中摸球两次,每次摸出一个球,则恰有一次摸出 2 号球的概率为()

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$
- C. $\frac{3}{8}$ D. $\frac{1}{2}$

6. 下列函数中,为增函数的是()

- A. $y = x^3$ B. $y = x^2$
- C. $y = -x^2$ D. $y = -x^3$

7. 已知点 $M(1,2),N(2,3)$, 则直线 MN 的斜率为()

- A. $\frac{5}{3}$ B. 1
- C. -1 D. $-\frac{5}{3}$

8.如果点 $A(1,1)$ 和 $B(2,4)$ 关于直线 $y = kx + b$ 对称,则 $k =$ ()

- A. -3 B. $-\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{3}$ D. 3

9.若向量 $\boldsymbol{a} = (1, -1), \boldsymbol{b} = (1, x)$, 且 $|\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}| = 2$, 则 $x =$ ()

- A. -4 B. -1 C. 1 D. 4

10. 设 $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$, 则 $\sqrt{1 - 2\sin\alpha \cos\alpha} =$ ()

- A. $\sin\alpha + \cos\alpha$ B. $-\sin\alpha - \cos\alpha$
- C. $\sin\alpha - \cos\alpha$ D. $\cos\alpha - \sin\alpha$

11. 设 $f(x) = x^2 + ax^2 + x$ 为奇函数,则 $a =$ ()

- A. 1 B. 0 C. -1 D. -2

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2 = 1$, 公比 $q = 2$, 则 $a_5 =$ ()

- A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{4}$
- C. 4 D. 8

13. 设集合 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 = 1\}, N = \{x \in \mathbf{R} \mid x^3 = 1\}$, 则 $M \cap N =$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{-1\}$
- C. $\{-1, 1\}$ D. $\emptyset$

14. 函数 $y = \sin(x + 11)$ 的最大值是()

- A. 11
B. 1
C. -1
D. -11

15. 设 α 是第一象限角, $\sin\alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin 2\alpha =$ ()

- A. $\frac{4}{9}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$
C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$ D. $\frac{2}{3}$

16. 设 $\log_2 x = a$, 则 $\log_2 (2x^2) = (\quad)$

- A. $2a^2 + 1$
B. $2a^2 - 1$
C. $2a - 1$
D. $2a + 1$

17. 设甲: $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 乙: $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则()

- A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

第Ⅱ卷 非选择题 (共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 4 小题,每小题 4 分,共 16 分)

18. 过点 $(2,0)$ 作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的切线, 切点的横坐标为_____.

19. 曲线 $y = \frac{1}{x^2}$ 在点 (1,1) 处的切线方程是_____.

20. 函数 $y = -x^2 + ax$ 图像的对称轴为 $x = 2$, 则 $a =$ _____.

21. 九个学生期末考试的成绩分别为

79 63 88 94 99 77 89 81 85

这九个学生成绩的中位数为_____.

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共4小题,共49分.解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小題滿分 12 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $B = 60^\circ, b^2 = ac$, 求 A .

23. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 + a_3 + a_5 = 6, a_2 + a_4 + a_6 = 12$, 求 $\{a_n\}$ 的首项与公差.

24. (本小题满分 12 分)

已知抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点到准线的距离为 1.

(I) 求 C 的方程;

(II) 若 $A(1, m) (m > 0)$ 为 C 上一点, O 为坐标原点, 求 C 上另一点 B 的坐标, 使得 $OA \perp OB$.

25. (本小题满分 13 分)

已知函数 $f(x) = (x - 4)(x^2 - a)$.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 若 $f'(-1) = 8$, 求 $f(x)$ 在区间 $[0, 4]$ 的最大值与最小值.

2023 年成人高等学校招生全国统一考试

数学(理科)试题参考答案

一、选择题

1.C 2.A 3.A 4.D 5.C 6.A 7.B 8.B 9.C 10.D
11.B 12.D 13.A 14.B 15.C 16.D 17.D

二、填空题

18. $\frac{1}{2}$ 19. $2x + y - 3 = 0$ 20. 4 21. 85

三、解答题

22. 解:由余弦定理 $b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$, 可得 $ac = a^2 + c^2 - ac$,

即 $a^2 + c^2 - 2ac = (a - c)^2 = 0$, 解得 $a = c$.

又因为 $B = 60^\circ$, 故 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 所以 $A = 60^\circ$.

23. 因为 $\{a_n\}$ 为等差数列, 则 $\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 = 3a_1 + 6d = 6, \\ a_2 + a_4 + a_6 = 3a_1 + 9d = 12, \end{cases}$

解得 $\begin{cases} a_1 = -2, \\ d = 2. \end{cases}$

24. (I) 由题意, 该抛物线的焦点到准线的距离为 $\frac{p}{2} - \left(-\frac{p}{2}\right) = p = 1$,

所以抛物线 C 的方程为 $y^2 = 2x$.

(II) 因 $A(1, m) (m > 0)$ 为 C 上一点, 故有 $m^2 = 2$,

可得 $m = \sqrt{2}$, 因此 A 点坐标为 $(1, \sqrt{2})$.

设 B 点坐标为 $(x_0, -\sqrt{2x_0})$, 则 $k_{OA} = \sqrt{2}, k_{OB} = \frac{-\sqrt{2x_0}}{x_0}$.

因为 $OA \perp OB$, 则有 $k_{OA} \cdot k_{OB} = -1$.

即 $\sqrt{2} \cdot \frac{-\sqrt{2x_0}}{x_0} = -1$, 解得 $x_0 = 4$.

所以 B 点的坐标为 $(4, -2\sqrt{2})$.

25. (I) $f'(x) = (x-4)'(x^2-a) + (x-4)(x^2-a)'$

$$= x^2 - a + 2x(x-4)$$

$$= 3x^2 - 8x - a$$

(II) 由于 $f'(-1) = 3 + 8 - a = 8$, 得 $a = 3$.

今 $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3 = 0$,

解得 $x_1 = 3, x_2 = -\frac{1}{3}$ (舍去).

又 $f(0) = 12, f(3) = -6, f(4) = 0$.

所以在区间 $[0, 4]$ 上函数最大值为 12, 最小值为 -6.