

第一章 集合

本章要求

了解集合的意义及其表示法, 了解空集、子集、交集、并集、全集、补集的概念及其表示法, 了解符号

$\in, \notin, \subseteq, \subset, \cup, \cap$

的含义, 并能运用这些符号表示集合与集合, 元素与集合的

关系。

内容提要

一、集合与集合的关系

1 子集; 如果集合 A 的任何一个元素都是集合 B 的元素, 则称 A 是 B 的子集, 记作 $A \subseteq B$

如果 $A \subseteq B$ 且 $A \neq B$ 那么 A 是 B 的真子集

规定空集是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集。

2 交集; 两个集合的公共元素组成的集合

3 并集; 所以属于 A 或属于 B 的元素组成的集合

4 补集; 对于全集 S, 在 S 中所有不属于 A 的元素组成的集合叫做 A 的补集, 记作 C_A

例题 1 已知集合 $M=\{1,2,4,8\}$, $N=\{x|1<x\leq 8\}$ 则 $M \cap N =$

A $\{x|1<x\leq 8\}$ B $\{x|1<x<8\}$ 【2018 年真题】

C $\{2,4,8\}$ D $\{1,2,4,8\}$

【答案】C

【解析】 $N=\{x|1<x\leq 8\}$ 中包含了元素 2,4,8

例题 2 已知集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$, $N=\{2,4,6\}$ 则 $M \cap N =$

A $\{2,4\}$ B $\{2,4,6\}$ 【2017 年真题】

C $\{1,3,5\}$ D $\{1,2,3,4,5,6\}$

【答案】A

【解析】集合 M 和 N 都有的元素是 2,4

例题 3 已知集合 $M=\{x|0<x<3\}$, $N=\{0,1,2\}$ 则 $M \cap N =$

A $\emptyset$ B $\{0\}$ 【2016 年真题】

C $\{1,2\}$ D $\{0,1,2\}$

【答案】C

【解析】集合 M 和 N 都有的元素是 1,2

例题 4 已知集合 $M=\{x|x\geq -4\}$, $N=\{x|x<6\}$ 则 $M \cup N =$

A $\mathbb{R}$ B $\{x|-4\leq x<6\}$

C $\emptyset$ D $\{x|-4<x<6\}$

【答案】A

【解析】集合 M 和 N 的并集构成了整个实数集

例题 5 已知集合 $A=\{0,2,4,6\}$, $B=\{-1,0,2\}$

$CA=\{-3,-1,1,3\}$ 则 $CB=$

A $\{-3,1,3\}$ B $\{-3,1,3,4,6\}$

C {4,6} D {-3,-1,0,1,2,3,4,6}

【答案】B

【解析】因为 $CA=\{-3,-1,1,3\}$, 所以 $\Omega=\{-3,-1,0,1,2,3,4,6\}$

因此 $CB=\{-3,1,3,4,6\}$

第二章 不等式和不等式组

本章要求

- (1) 理解不等式的性质, 会用不等式的性质和基本不等式解决一些简单的问题。
- (2) 会解一元一次不等式和一元一次不等式组, 会解一元二次不等式。
- (3) 会解绝对值不等式。

内容提要

一、解不等式

1 一元一次不等式; 形如; $ax > b$

(1) $a > 0$, 可得 $x > b/a$

(2) $a < 0$, 可得 $x < b/a$

2 一元一次不等式组; 代入消元或加减消元

3 一元二次不等式; (1) 形如 $ax^2 + bx + c > 0$

$a > 0$; 解方程 $ax^2 + bx + c = 0$

① $\Delta > 0$, 有两个不相等的实数根(大, 小) $x > \text{大}$, 或 $x < \text{小}$

② $\Delta = 0$, 有两个相等的实数根 t ; $x \neq t$

③ $\Delta < 0$, 没有实数根; $\mathbb{R}$

(2) 形如 $ax^2 + bx + c < 0$

$a > 0$; 解方程 $ax^2 + bx + c = 0$

① $\Delta > 0$, 有两个不相等的实数根(大, 小) $\text{小} < x < \text{大}$

② $\Delta = 0$, 有两个相等的实数根 t ; 无解

③ $\Delta < 0$, 没有实数根; 无解

4 含绝对值不等式

(1) $|x| > a$; $x > a$ 或 $x < -a$

(2) $|x| < a$; $-a < x < a$

二、关于区间的概念

$a < x < b$ 可写成 (a, b)

$a \leq x \leq b$ 可写成 $[a, b]$

$a \leq x < b$ 可写成 $[a, b)$

$a < x \leq b$ 可写成 $(a, b]$

三、基本不等式; $a^2 + b^2 \geq 2ab$ (当 $a=b$ 时取等号) (忽略)

例题 1 不等式 $|x+1| < 2$ 的解集是

- A $\{x|-3 < x < 1\}$ B $\{x|-1 < x < 3\}$ 【2018年真题】
C $\{x|x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$ D $\{x|x < -1 \text{ 或 } x > 3\}$

【答案】A

【解析】 $|x+1| < 2$
 $-2 < x+1 < 2$
 $-3 < x < 1$

例题2 不等式 $|2x-3| \leq 1$ 的解集是

- A $\{x|1 \leq x \leq 3\}$ B $\{x|x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}$ 【2016年真题】
C $\{x|1 \leq x \leq 2\}$ D $\{x|2 \leq x \leq 3\}$

【答案】C

【解析】 $|2x-3| \leq 1$
 $-1 \leq 2x-3 \leq 1$
 $2 \leq 2x \leq 4$
 $1 \leq x \leq 2$

例题3 不等式 $|x-1| < 1$ 的解集是 【2015年真题】

【答案】 $0 < x < 2$

【解析】 $|x-1| < 1$
 $-1 < x-1 < 1$
 $0 < x < 2$

例题4 解不等式 $2x^2 - 9x + 7 > 0$

【答案】 $x > 7/2$ 或 $x < 1$

【解析】

$$2x^2 - 9x + 7 > 0$$

$$\text{先解;} 2x^2 - 9x + 7 = 0$$

$$(x-1)(2x-7) = 0$$

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{7}{2}$$

$$x > \frac{7}{2} \text{ 或 } x < 1$$

例题5 解不等式 $\frac{5-2x}{8+5x} > 0$

【答案】 $-8/5 < x < 5/2$

【解析】

$$\frac{5-2x}{8+5x} > 0$$

$$\begin{cases} 5-2x > 0 \\ 8+5x > 0 \end{cases} \text{或} \begin{cases} 5-2x < 0 \\ 8+5x < 0 \end{cases}$$

$$-\frac{8}{5} < x < \frac{5}{2}$$

第三章 指数和对数

本章要求

- (1) 理解分数指数幂的概念，掌握有理指数幂的运算性质。
- (2) 理解对数的概念，掌握对数的运算性质。

内容提要

一、指数

1 基本概念

$$1) a^n = a \bullet a \bullet \bullet \bullet a (n \uparrow a)$$

$$2) a^0 = 1 (a \neq 0)$$

$$3) a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$4) a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

2 性质

$$1) \text{真数} > 0$$

$$2) \log_a 1 = 0; \log_a a = 1$$

$$3) \log_a (NM) = \log_a (N) + \log_a (M)$$

$$4) \log_a \left(\frac{N}{M} \right) = \log_a (N) - \log_a (M)$$

$$5) a^{\log_a x} = x$$

$$6) \log_a b^n = n \log_a b$$

$$7) \log_a N = \frac{\log_b N}{\log_b a}$$

例题1 将函数 $y = \log_a(x+2)$ 的图像向上平移1个单位后, 对应的函数是

A. $y = \log_a(x+1)$; B. $y = \log_a(x+2)+1$
C. $y = \log_a(x+2)-1$; D. $y = \log_a(x+3)$

【2018年真题】

【答案】B

【解析】向上平移; y-1, 向下平移; y+1

向右平移; x-1, 向左平移; x+1

例题2 若 $\lg 5 = m$, 则 $\lg 2 =$ 【2017年真题】

A 5m B 1-m
C 2m D m+1

【答案】B

【解析】 $m = \lg 5 = \lg 10/2 = \lg 10 - \lg 2$

$\lg 2 = \lg 10 - m = 1 - m$

例题3 计算 $64^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{9}} 81$ 【2016年真题】

A 8 B 10 C 12 D 14

【答案】D

【解析】

$$\begin{aligned} & 64^{\frac{2}{3}} + \log_{\frac{1}{9}} 81 \\ &= \left(\sqrt[3]{64^2} \right) + \frac{\lg 81}{\lg \frac{1}{9}} \\ &= \left(\sqrt[3]{64} \right)^2 + \frac{2\lg 9}{-\lg 9} = 16 - 2 = 14 \end{aligned}$$

例题4 计算 $\log_5 10 - \log_5 2 =$ 【2015年真题】

A 8 B 0 C 1 D 5

【答案】C

【解析】

$$\begin{aligned} & \log_5 10 - \log_5 2 \\ &= \log_5 \frac{10}{2} = \log_5 5 = 1 \end{aligned}$$

例题 5 下列各式的值为 0 的是

$$A. 0^0; B. \log_0 1; C. (2 - \sqrt{3})^0; D. \log_2 |-1|$$

【答案】D

【解析】

$$A; 0^0 (\text{无意义}) B; \log_0 1 (\text{无意义})$$

$$C; (2 - \sqrt{3})^0 = 1; D; \log_2 |-1| = 0$$

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 16 =$$

例题 6

【答案】-8

【解析】

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{\sqrt{2}}} 16 &= \frac{\lg 16}{\lg \frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{\lg 2^4}{\lg 2^{-\frac{1}{2}}} \\ &= \frac{4 \lg 2}{-\frac{1}{2} \lg 2} = -8 \end{aligned}$$

$$\log_{10} 10^{1-\lg 2} =$$

例题 7

【答案】5

【解析】

$$10^{1-\lg 2} = 10^{\lg 10 - \lg 2}$$

$$= 10^{\lg \frac{10}{2}} = 10^{\lg 5} = 5$$