

2024 年成人高等学校招生全国统一考试高起点数学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷(选择题, 共 84 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 12 小题, 每小题 7 分, 共 84 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 样本数据 10, 16, 20, 30 的平均数为【 】
A. 19
B. 20
C. 21
D. 22
2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$ 【 】
A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
B. $\{2, 4, 5\}$
C. $\{1, 2\}$
D. $\{2, 3\}$
3. 已知向量 $a = (4, 8)$, $b = (-1, 1)$, 则 $a - b =$ 【 】
A. $(3, 7)$
B. $(5, 9)$
C. $(5, 7)$
D. $(3, 9)$
4. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是【 】
A. $y = 5^{-x}$
B. $y = \sqrt{x+5}$
C. $y = (x-5)^2$
D. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$
5. 双曲线 $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 的渐近线方程为【 】
A. $y = \pm x$
B. $y = \pm 2x$
C. $y = \pm 3x$
D. $y = \pm 4x$

6. 如果 $\ln x > \ln y > 0$, 那么【 】
A. $y < x < 1$
B. $x < y < 1$
C. $1 < x < y$
D. $1 < y < x$
7. 函数 $y = x^2 + 4x + 5$ 的图像的对称轴是【 】
A. $x = -2$
B. $x = -1$
C. $x = 0$
D. $x = 1$
8. 抛物线 $y^2 = 12x$ 的焦点坐标为【 】
A. $(0, 0)$
B. $(3, 0)$
C. $(-3, 0)$
D. $(1, 0)$
9. 不等式 $|x-1| < 7$ 的解集为【 】
A. $\{x | -10 < x < 0\}$
B. $\{x | -8 < x < 6\}$
C. $\{x | -6 < x < 8\}$
D. $\{x | 6 < x < 9\}$
10. 已知 $x \geq 0, y \geq 0$, 且 $x + y = 1$, 则 $x^2 + y^2$ 的最大值是【 】
A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
11. 曲线 $y = \frac{4}{x}$ 与 $y = \ln x$ 交点的个数为【 】
A. 3
B. 2
C. 1
D. 0
12. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, 若 $a_3 > a_1$, 则【 】
A. $|a_2| > |a_1|$
B. $a_4 > a_2$
C. $|a_4| > |a_1|$
D. $a_5 > a_3$

第 II 卷(非选择题, 共 66 分)

得 分	评卷人

二、填空题(本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

13. $\sin 60^\circ =$ _____.

14. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -1, a_4 = 8$, 则 $a_7 =$ _____.
15. 从甲、乙、丙 3 名学生中随机选 2 人, 则甲被选中的概率为 _____.

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 3 小题, 每小题 15 分, 共 45 分. 解答应写出推理、演算步骤)

16. (本小题满分 15 分)
记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, a = 4, b = 5, c = 6$.
(I) 证明: $\triangle ABC$ 是锐角三角形;
(II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

17. (本小题满分 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$.

(I) 求 C 的离心率;

(II) 设 O 为坐标原点, 点 A 在 C 上, 点 $B(t, 2)$, 且 $OA \perp OB$, $|AB| = 2\sqrt{2}$, 求 t .

18. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = 3x^2 + a$, $g(x) = x^3 + bx$, $h(x) = f(x) + g(x)$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 在它们的公共点 $(1, c)$ 处有相同的切线, 求 a, b ;

(II) 若 $a = 1, b = -9$, 求 $h(x)$ 在区间 $[-5, 2]$ 上的最大值与最小值.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 平均数为 $\frac{10+16+20+30}{4}=19$.

2.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cap B = \{2, 3\}$.

3.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的减法.

【应试指导】 $a-b=(4-(-1), 8-1)=(5, 7)$.

4.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A项, $y'=-\frac{1}{5^x}\ln 5$; B项, $y'=\frac{1}{2\sqrt{x+5}}$; C项, $y'=2(x-5)$; D项, $y'=-\frac{1}{(x+1)\ln 5}$. 在 $(0, +\infty)$ 上, 只有B项的导数恒大于0, 因此只有B项在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

5.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】 此双曲线的焦点在y轴上, $a=2, b=1$, 其渐近线方程为 $y=\pm\frac{a}{b}x=\pm 2x$.

6.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的单调性.

【应试指导】 因为 $f(x)=\ln x$ 为增函数, 所以 $\ln x > \ln y > 0 = \ln 1 \Rightarrow x > y > 1$.

7.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的对称轴方程.

【应试指导】 对称轴方程为 $x=-\frac{b}{2a}=-2$.

8.【答案】B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的焦点公式.

【应试指导】 抛物线 $y^2=12x=2px$, 得 $p=6$, 所以焦点坐标为 $(\frac{p}{2}, 0)=(3, 0)$.

9.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1| < 7 \Rightarrow -7 < x-1 < 7 \Rightarrow -6 < x < 8$, 所以不等式的解集为 $\{x | -6 < x < 8\}$.

10.【答案】A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为求函数的最值.

【应试指导】 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=1-2xy \leq 1(x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow 2xy \geq 0)$, 故 x^2+y^2 的最大值为1.

11.【答案】C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为反比例函数和对数函数的图像.

【应试指导】 由反比例函数和对数函数的图像可知, 两个函数仅在第一象限有一个交点.

12.【答案】D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列的性质.

【应试指导】 $a_3 > a_1 \Rightarrow a_1 q^2 > a_1$, 而 $q \neq 0$, 故 $a_1 q^2 \cdot q^2 > a_1 \cdot q^2$, 即 $a_5 > a_3$.

二、填空题

13.【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数值.

【应试指导】 $\sin 60^\circ = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

14.【答案】17

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列.

【应试指导】 $a_4 = a_1 + 3d$, 即 $8 = -1 + 3d$, 得 $d = 3$, 所以 $a_7 = a_1 + 6d = 17$.

15.【答案】 $\frac{2}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为古典概型及其概率计算公式.

【应试指导】 甲被选中的概率为 $\frac{C_1^1 \cdot C_2^1}{C_3^3} = \frac{2}{3}$.

三、解答题

16. (I) 因为三角形三边长分别是 $a=4, b=5, c=6$, 可得 $a < b < c$.

因此, 三角形三个角满足 $A < B < C$, C 为最大角.

又 $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{16+25-36}{2 \times 4 \times 5} = \frac{1}{8}$,

得 $\cos C > 0$, 而 $C \in (0, \pi)$, 故 C 为锐角,

从而 A, B 均为锐角,

所以 $\triangle ABC$ 是锐角三角形.

(II) 由(I) 知 $\sin C = \sqrt{1-\cos^2 C} = \sqrt{1-(\frac{1}{8})^2} = \frac{3\sqrt{7}}{8}$,

则由面积公式, $\triangle ABC$ 的面积

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}ab\sin C \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{3\sqrt{7}}{8} \\ &= \frac{15\sqrt{7}}{4}. \end{aligned}$$

17. (I) 由题意知, $a=2, b=\sqrt{2}, c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{2}$,

故离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

(II) 设点A的坐标为 (x_0, y_0) , 则直线 $|AB|=\sqrt{(x_0-t)^2+(y_0-2)^2}=2\sqrt{2}$, ①

在 $Rt\triangle AOB$ 中, $|AB|^2=|OA|^2+|OB|^2=x_0^2+y_0^2+t^2+2^2=8$, ②

点A在椭圆上, 得 $\frac{x_0^2}{4}+\frac{y_0^2}{2}=1$, ③

联立①②③, 可解得 $t=0, x_0=\pm 2, y_0=0$.

18. (I) $f'(x)=6x, g'(x)=3x^2+b$,

由题意知, $f(1)=g(1), f'(1)=g'(1)$,

故 $3+a=1+b$, 且 $6=3+b$,

解得 $b=3, a=1$.

(II) $\because a=1, b=-9$,

$\therefore f(x)=3x^2+1, g(x)=x^3-9x$,

$\therefore h(x)=f(x)+g(x)=x^3+3x^2-9x+1$,

则 $h'(x)=3x^2+6x-9=3(x+3)(x-1)$.

令 $h'(x)=0$, 得驻点 $x_1=-3, x_2=1$.

而 $h(-5)=-4, h(-3)=28, h(1)=-4, h(2)=3$,

故 $h(x)$ 在 $[-5, 2]$ 上的最大值为28, 最小值为-4.