

精华考点 6 页纸

数学（理工农医类）

高中起点升本、专科

第一部分 代 数

考点 1 集合与集合的关系

子集：对于两个集合 A 与 B ，如果集合 B 的任何一个元素都是集合 A 的元素，那么集合 B 叫集合 A 的子集，记作 $B \subseteq A$ ，或 $A \supseteq B$ ，读作 B 包含于 A 或 A 包含 B 。对于任一集合 A ，规定 $\emptyset \subseteq A, A \subseteq A$ ，若 $C \subseteq B, B \subseteq A$ ，则 $C \subseteq A$ 。

交集：由集合 A 与集合 B 的所有公共元素组成的集合叫做 A 与 B 的交集，记作 $A \cap B$ ，读作 A 交 B 。 $A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap A = A, A \cap B = B \cap A$ 。

并集：由集合 A 与集合 B 的所有元素合并在一起（重复的只记一次）构成的集合，叫做 A 与 B 的并集，记作 $A \cup B$ ，读作 A 并 B 。 $A \cup A = A, A \cup \emptyset = A, A \cup B = B \cup A$ 。

考点 2 函数的定义

如果在某变化过程中有两个变量 x, y ，并且对于 x 在某个范围内的每一个确定的值，按照某个对应法则， y 都有唯一确定的值和它对应，那么 y 就是 x 的函数， x 叫自变量，可以记作 $y = f(x)$ （其中 f 表示对应法则）。自变量 x 的取值范围叫函数的定义域，和 x 的值对应的 y 的值叫函数值，函数值的集合叫函数的值域。

求函数定义域时有以下几个原则：

- (1) 当函数式为分式时，分式的分母不等于零。
- (2) 当函数式为偶次根式时，被开方数（或式）大于等于零。
- (3) 当函数式为零次幂时，底数不等于零。
- (4) 当函数式为对数时，真数大于零，底数大于零且不等于 1。

考点 3 函数的单调性

函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A ，某个区间是 A 的子集。

如果对于这个区间上任意两个自变量的值 x_1, x_2 ，当 $x_1 < x_2$ 时，

(1) 若都有 $f(x_1) < f(x_2)$ ，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是增函数，这个区间为函数的增区间。

(2) 若都有 $f(x_1) > f(x_2)$ ，那么就说 $f(x)$ 在这个区间上是减函数，这个区间为函数的减区间。

考点 4 函数的奇偶性

设函数 $f(x)$ 的定义域是 A ，并且当任意的 $x \in A$ 时，也有 $-x \in A$ 。

(1) 如果对于任何 $x \in A$ ，都有 $f(-x) = -f(x)$ ，那么函数 $f(x)$ 就称为奇函数。

(2) 如果对于任何 $x \in A$ ，都有 $f(-x) = f(x)$ ，那么函数 $f(x)$ 就称为偶函数。

考点 5 指数函数和对数函数

(1) 指数函数: $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, $a > 1$ 时, a^x 是增函数, 底数越大, 函数图像越靠近 y 轴; $0 < a < 1$ 时, a^x 是减函数, 底数越小, 函数图像越靠近 y 轴.

(2) 对数函数: $y = \log_a x (a > 0, a \neq 1)$, 定义域为 $(0, +\infty)$, $a > 1$ 时, $\log_a x$ 是增函数, 底数越大, 函数图像越靠近 x 轴; $0 < a < 1$ 时, $\log_a x$ 是减函数, 底数越小, 函数图像越靠近 x 轴.

考点 6 等差数列

如果一个数列从第 2 项起, 每一项与它的前一项的差等于同一个常数, 这个数列就叫做等差数列, 这个常数叫做等差数列的公差, 公差常用字母 d 表示, $d = a_{n+1} - a_n$.

(1) 通项公式: $a_n = a_1 + (n-1)d$.

(2) 中项: 如果 a, A, b 成等差数列, 那么 A 叫做 a 和 b 的等差中项且 $A = \frac{a+b}{2}$ 或

$$a+b=2A.$$

(3) 前 n 项和公式: $S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2}$ 或 $S_n = na_1 + \frac{n(n-1)}{2} \cdot d$.

(4) 如果 $m+n=p+q$, 则 $a_m + a_n = a_p + a_q$, $S_{2n-1} = (2n-1)a_n$, $a_m = a_n + (m-n)d$.

考点 7 等比数列

如果一个数列从第 2 项起, 每一项与它的前一项的比等于同一个常数, 这个数列就叫做等比数列, 这个常数叫做等比数列的公比, 公比常用字母 q 表示, $q = \frac{a_{n+1}}{a_n} (q \neq 0)$.

(1) 通项公式: $a_n = a_1 q^{n-1}$.

(2) 中项: 如果 a, G, b 成等比数列, 那么 G 叫做 a 和 b 的等比中项, 且 $G^2 = ab$ 或 $G = \pm \sqrt{ab}$.

(3) 前 n 项和公式: 当 $q=1$ 时, $S_n = na_1$, 当 $q \neq 1$ 时, $S_n = \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$ 或 $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1-q}$.

(4) 如果 $m+n=p+q$, 则 $a_m \cdot a_n = a_p \cdot a_q$, 其中的 $m, n, p, q \in N$.

考点 8 函数单调性的判别法

(1) 如果 $f(x)$ 在 (a, b) 内的导数 $f'(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上是单调增加的;

(2) 如果 $f(x)$ 在 (a, b) 内的导数 $f'(x) < 0$, 则函数 $f(x)$ 在 (a, b) 上是单调减少的.

考点 9 函数的极值的判别法

函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $[a, b]$, $x_0 \in [a, b]$, 设 $f'(x_0) = 0$,

(1) 如果当 $x < x_0$ 时, $f'(x) > 0$; 当 $x > x_0$ 时, $f'(x) < 0$, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极大值.

(2) 如果当 $x < x_0$ 时, $f'(x) < 0$; 当 $x > x_0$ 时, $f'(x) > 0$, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处取得极小值.

(3) 如果在 x_0 的两侧, $f'(x)$ 具有相同的符号, 则函数 $f(x)$ 在 x_0 处不取极值.

考点 10 函数最值的求法

(1) 求 $f(x)$ 在指定区间内所有使 $f'(x) = 0$ 的点;

(2) 计算函数 $f(x)$ 在区间内使 $f'(x) = 0$ 的所有点和区间端点的函数值, 其中最大的为最大值, 最小的为最小值.

第二部分 三角

考点 1 正弦函数、余弦函数的性质

	$y = \sin x$	$y = \cos x$
定义域	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$
值域	$[-1, 1]$, 最大值为 1, 最小值为 -1	$[-1, 1]$, 最大值为 1, 最小值为 -1
周期性	最小正周期为 2π	最小正周期为 2π
单调性	在 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right]$ 上是增函数, 在 $\left[\frac{\pi}{2} + 2k\pi, \frac{3\pi}{2} + 2k\pi\right]$ 上是减函数 ($k \in \mathbf{Z}$)	在 $[(2k-1)\pi, 2k\pi]$ 上是增函数, 在 $[2k\pi, (2k+1)\pi]$ 上是减函数 ($k \in \mathbf{Z}$)
奇偶性	奇函数	偶函数

考点 2 正切函数、余切函数的性质

	$y = \tan x$	$y = \cot x$
定义域	$\{x x \in \mathbf{R}, \text{ 且 } x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbf{Z}\}$	$\{x x \in \mathbf{R}, \text{ 且 } x \neq k\pi, k \in \mathbf{Z}\}$
值域	$\mathbf{R}$, 函数无最大值、最小值	$\mathbf{R}$, 函数无最大值、最小值
周期性	最小正周期为 π	最小正周期为 π

单调性	在 $\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi, \frac{\pi}{2}+k\pi\right)$ 内是增函数 $(k \in Z)$	在 $(k\pi, (k+1)\pi)$ 内是减函数 $(k \in Z)$
奇偶性	奇函数	奇函数

考点 3 解斜三角形的有关定理和公式

已知 $\triangle ABC$ 中, 设 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 所对应的边为 a 、 b 、 c , R 为 $\triangle ABC$ 的外接圆半径.

(1) 三角形三内角和: $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$.

(2) 正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

(3) 余弦定理:
$$\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{cases}$$

(4) 三角形面积公式: $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ac \sin B$.

第三部分 平面解析几何

考点 1 向量的坐标运算

(1) 设 $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$, $\mathbf{b} = (b_1, b_2)$, 则 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (a_1, a_2) + (b_1, b_2) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2)$,

$\mathbf{a} - \mathbf{b} = (a_1, a_2) - (b_1, b_2) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2)$, $\lambda \mathbf{a} = \lambda (a_1, a_2) = (\lambda a_1, \lambda a_2)$.

(2) 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, 则 $\overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.

考点 2 两直线的位置关系

设两直线斜率都存在, 其方程分别为 $l_1: y = k_1x + b_1$ (或 $A_1x + B_1y + C_1 = 0$),

$l_2: y = k_2x + b_2$ (或 $A_2x + B_2y + C_2 = 0$) (A_2 、 B_2 、 C_2 不等于 0).

(1) 直线 l_1 与 l_2 平行 $\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 \neq b_2$ 或 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$.

(2) 直线 l_1 与 l_2 重合 $\Leftrightarrow k_1 = k_2$ 且 $b_1 = b_2$ 或 $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$.

(3) 直线 l_1 与 l_2 垂直 $\Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$ (或 $A_1A_2 + B_1B_2 = 0$).

(4) 直线 l_1 与 l_2 相交 $\Leftrightarrow k_1 \neq k_2$ (或 $\frac{A_1}{A_2} \neq \frac{B_1}{B_2}$) (垂直是相交的特殊情况).

考点 3 圆的标准方程

设圆心在点 (a, b) ，半径为 r ，则圆的标准方程为 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.

考点4 点与圆的位置关系

点 $P(x_0, y_0)$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系：点 P 到圆心的距离

$d = \sqrt{(x_0-a)^2 + (y_0-b)^2}$ ，当 $d=r$ 时点 P 在圆上，当 $d < r$ 时点 P 在圆内；当 $d > r$ 时点 P 在圆外.

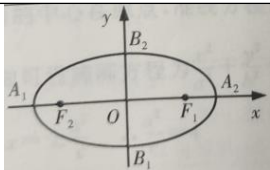
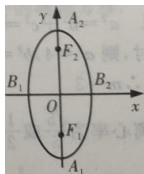
考点5 直线与圆的位置关系

直线 $Ax + By + C = 0$ 与圆 $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ 的位置关系：设圆心到直线的距离为

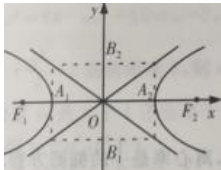
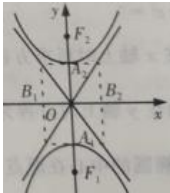
$d = \frac{|A \cdot a + B \cdot b + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ ，当 $d < r$ 时直线和圆相交；当 $d = r$ 时直线与圆相切；当 $d > r$ 时，直

线和圆相离. 过圆 $x^2 + y^2 = r^2$ 上一点 $P(x_0, y_0)$ 的切线方程是 $x_0x + y_0y = r^2$.

考点6 椭圆的标准方程和几何性质

标准方程	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$	$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$
图形		
顶点	$A_1(-a, 0)$ 、 $A_2(a, 0)$ $B_1(0, -b)$ 、 $B_2(0, b)$	$A_1(0, -a)$ 、 $A_2(0, a)$ $B_1(-b, 0)$ 、 $B_2(b, 0)$
对称轴	x 轴、 y 轴，长轴长 $2a$ ，短轴长 $2b$	
焦点	$F_1(c, 0)$ 、 $F_2(-c, 0)$	$F_1(0, -c)$ 、 $F_2(0, c)$
焦距	$ F_1F_2 = 2c (c > 0), c^2 = a^2 - b^2$	
离心率	$e = \frac{c}{a} (0 < e < 1)$	
准线	$x = \pm \frac{a^2}{c}$	$y = \pm \frac{a^2}{c}$

考点7 双曲线的标准方程和几何性质

标准方程	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$	$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$
图形		
顶点	$A_1(-a, 0), A_2(a, 0)$	$A_1(0, -a), A_2(0, a)$
对称轴	x 轴、 y 轴，实轴长 $2a$ ，虚轴长 $2b$	
焦点	$F_1(-c, 0), F_2(c, 0)$	$F_1(0, -c), F_2(0, c)$
焦距	$ F_1F_2 = 2c (c > 0), c^2 = a^2 + b^2$	
离心率	$e = \frac{c}{a} (e > 1)$	
准线	$x = \pm \frac{a^2}{c}$	$y = \pm \frac{a^2}{c}$
渐近线	$y = \pm \frac{b}{a}x$	$y = \pm \frac{a}{b}x$

第五部分 概率与统计初步

考点 1 排列、组合

从 n 个不同元素中取出 m ($m, n \in N^+$ 且 $m \leq n$) 个元素的所有排列的个数，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的排列数，用符号 P_n^m 表示（或记为 A_n^m ）。

从 n 个不同元素中取出 m ($m, n \in N^+$ 且 $m \leq n$) 个元素的所有组合的个数，称为从 n 个不同元素中取出 m 个元素的组合数，用 C_n^m 表示。

考点 2 样本平均数

样本中所有个体的平均数叫做样本平均数。

考点 3 样本方差

在一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中，若其平均数为 $\bar{x}$ ，那么 $\frac{1}{n}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]$ 叫做这组数据的样本方差，记作 S^2 。