

成考常用数学公式总结（大专）

1. 德摩根公式 $C_U(A \cap B) = C_U A \cup C_U B; C_U(A \cup B) = C_U A \cap C_U B$.

2. 常用不等式:

(1) $a, b \in R \Rightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab$ (当且仅当 $a=b$ 时取 “=” 号).

(2) $a, b \in R^+ \Rightarrow \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ (当且仅当 $a=b$ 时取 “=” 号).

(3) $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc (a > 0, b > 0, c > 0)$.

(4) $|a| - |b| \leq |a + b| \leq |a| + |b|$

3. 一元二次不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ (或 < 0) ($a \neq 0, \Delta = b^2 - 4ac > 0$), 如果 a 与 $ax^2 + bx + c$ 同号, 则其解集在两根之外; 如果 a 与 $ax^2 + bx + c$ 异号, 则其解集在两根之间. 简言之: 同号两根之外, 异号两根之间.

4. 含有绝对值的不等式 当 $a > 0$ 时, 有

$$|x| < a \Leftrightarrow x^2 < a^2 \Leftrightarrow -a < x < a.$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x^2 > a^2 \Leftrightarrow x > a \text{ 或 } x < -a.$$

5. 二次函数的解析式的三种形式

①一般式 $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$; ② 顶点式 $f(x) = a(x-h)^2 + k (a \neq 0)$; ③ 零点式 $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2) (a \neq 0)$

. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 + \frac{4ac - b^2}{4a} (a \neq 0)$ 的图象是抛物线: 顶点坐标为

$$(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a});$$

6. 函数的单调性 设 $x_1, x_2 \in [a, b], x_1 \neq x_2$ 那么

$(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] > 0$ 上是增函数;

$(x_1 - x_2)[f(x_1) - f(x_2)] < 0 \Leftrightarrow$ 上是减函数.

设函数 $y = f(x)$ 在某个区间内可导, 如果 $f'(x) > 0$, 则 $f(x)$ 为增函数; 如果 $f'(x) < 0$, 则 $f(x)$ 为减函数.

7. 分数指数幂

$$a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}} \quad (a > 0, m, n \in N^*, \text{ 且 } n > 1)$$

8. $\log_a N = b \Leftrightarrow a^b = N (a > 0, a \neq 1, N > 0)$.

9. 对数的换底公式 $\log_a N = \frac{\log_m N}{\log_m a}$. 推论 $\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b$.

10. $a_n = \begin{cases} s_1, & n=1 \\ s_n - s_{n-1}, & n \geq 2 \end{cases}$ (数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和为 $s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$).

11. 等差数列的通项公式 $a_n = a_1 + (n-1)d = dn + a_1 - d (n \in N^*)$;

其前 n 项和公式 $s_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d$.

12. 等比数列的通项公式 $a_n = a_1 q^{n-1} = \frac{a_1}{q} \cdot q^n (n \in N^*)$;

其前 n 项的和公式 $s_n = \begin{cases} \frac{a_1(1-q^n)}{1-q}, q \neq 1 \\ na_1, q = 1 \end{cases}$ 或 $s_n = \begin{cases} \frac{a_1 - a_n q}{1-q}, q \neq 1 \\ na_1, q = 1 \end{cases}$.

13. 几种常见函数的导数

(1) $C' = 0$ (C 为常数).

(2) $(x_n)' = nx^{n-1} (n \in Q)$.

(3) $(\sin x)' = \cos x$.

(4) $(\cos x)' = -\sin x$.

(5) $(\ln x)' = \frac{1}{x}$;

(6) $(e^x)' = e^x$;

14. 函数 $y = f(x)$ 在点 x_0 处的导数是曲线 $y = f(x)$ 在 $P(x_0, f(x_0))$ 处的切线的斜率 $f'(x_0)$, 相应的切线方程是 $y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$.

15. 同角三角函数的基本关系式 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$, $\tan \theta \cdot \cot \theta = 1$.

16. 和角与差角公式 $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$;

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

17. 二倍角公式 $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$.

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1 = 1 - 2 \sin^2 \alpha$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

18. 三角函数的周期公式 函数 $y = \sin(\omega x + \varphi)$, $x \in \mathbb{R}$ 及函数 $y = \cos(\omega x + \varphi)$,

$x \in \mathbb{R}$ (A, ω, φ 为常数, 且 $A \neq 0, \omega > 0$) 的周期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$;

函数 $y = \tan(\omega x + \varphi)$, $x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ (A, ω, φ 为常数, 且 $A \neq 0, \omega > 0$) 的周期

$$T = \frac{\pi}{\omega}.$$

19. $a \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\alpha + \varphi)$ (辅助角 φ 所在象限由点 (a, b) 的象限决定,

$$\tan \varphi = \frac{b}{a}).$$

20. 正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$.

21. 余弦定理 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$; $b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$;
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$.

22. 面积定理 (1) $S = \frac{1}{2} ah_a = \frac{1}{2} bh_b = \frac{1}{2} ch_c$ (h_a, h_b, h_c 分别表示 a, b, c 边上的高).

$$(2) S = \frac{1}{2}ab \sin C = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B.$$

23. 平面两点间的距离公式

$$d_{A,B} = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad (A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)).$$

24. 向量的平行与垂直 设 $\mathbf{a} = (x_1, y_1)$, $\mathbf{b} = (x_2, y_2)$, 且 $\mathbf{b} \neq \mathbf{0}$, 则

$$\mathbf{a} \parallel \mathbf{b} \Leftrightarrow \mathbf{b} = \lambda \mathbf{a} \Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0.$$

$$\mathbf{a} \perp \mathbf{b} (\mathbf{a} \neq \mathbf{0}) \Leftrightarrow \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0 \Leftrightarrow x_1 x_2 + y_1 y_2 = 0.$$

25. 若 $\mathbf{a} = (x_1, y_1)$ $\mathbf{b} = (x_2, y_2)$

则 $\mathbf{a} + \mathbf{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$ $\mathbf{a} - \mathbf{b} = (x_1 - x_2, y_1 - y_2)$

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (x_1 x_2 + y_1 y_2)$$

26. 点的平移公式 $\begin{cases} x' = x + h \\ y' = y + k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' - h \\ y = y' - k \end{cases}$ (图形 F 上的任意一点 P(x, y) 在平移

后图形 F' 上的对应点为 P'(x', y'), 且 $\overrightarrow{PP'}$ 的坐标为 (h, k)).

27. 斜率公式 $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ($P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$).

28. 直线的四种方程

(1) 点斜式 $y - y_1 = k(x - x_1)$ (直线 l 过点 $P_1(x_1, y_1)$, 且斜率为 k).

(2) 斜截式 $y = kx + b$ (b 为直线 l 在 y 轴上的截距).

(3) 两点式 $\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$ ($y_1 \neq y_2$) ($P_1(x_1, y_1)$, $P_2(x_2, y_2)$ ($x_1 \neq x_2$)).

(4) 一般式 $Ax + By + C = 0$ (其中 A、B 不同时为 0).

29. 两条直线的平行和垂直 (1) 若 $l_1: y = k_1 x + b_1$, $l_2: y = k_2 x + b_2$

① $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2, b_1 \neq b_2$; ② $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 k_2 = -1$.

30. 夹角公式 $\tan \alpha = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_2 k_1} \right|$ ($l_1: y = k_1 x + b_1$, $l_2: y = k_2 x + b_2, k_1 k_2 \neq -1$)

直线 $l_1 \perp l_2$ 时, 直线 l_1 与 l_2 的夹角是 $\frac{\pi}{2}$.

31. 点到直线的距离 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ (点 $P(x_0, y_0)$, 直线 l: $Ax + By + C = 0$).

32. 圆的方程

(1) 圆的标准方程 $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$.

(2) 圆的一般方程 $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$ ($D^2 + E^2 - 4F > 0$).

33. 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 焦点在 X 轴; $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$ 焦点在 Y 轴.

34. 双曲线  焦点在 X 轴 ;

35. 抛物线 $y^2 = 2px$

36. 空间两点间的距离公式 若 $A(x_1, y_1, z_1)$, $B(x_2, y_2, z_2)$, 则

$$d_{A,B} = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

37. 球的半径是 R , 则其体积是 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, 其表面积是 $S = 4\pi R^2$.
38. 分类计数原理 (加法原理) $N = m_1 + m_2 + \cdots + m_n$.
39. 分步计数原理 (乘法原理) $N = m_1 \times m_2 \times \cdots \times m_n$.
40. 排列数公式 $A_n^m = n(n-1)\cdots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$ ($n, m \in \mathbb{N}^*$, 且 $m \leq n$).
41. 组合数公式 $C_n^m = \frac{A_n^m}{A_m^m} = \frac{n(n-1)\cdots(n-m+1)}{1 \times 2 \times \cdots \times m} = \frac{n!}{m! \cdot (n-m)!}$ ($n, m \in \mathbb{N}^*$, 且 $m \leq n$).
42. 组合数的两个性质 (1) $C_n^m = C_n^{n-m}$; (2) $C_n^m + C_n^{m-1} = C_{n+1}^m$
43. 排列数与组合数的关系是: $A_n^m = m! \cdot C_n^m$.
44. 二项式定理 $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \cdots + C_n^r a^{n-r}b^r + \cdots + C_n^n b^n$;
二项展开式的通项公式: $T_{r+1} = C_n^r a^{n-r}b^r$ ($r = 0, 1, 2, \cdots, n$).
45. 等可能性事件的概率 $P(A) = \frac{m}{n}$.
46. 互斥事件 A, B 分别发生的概率的和 $P(A+B) = P(A) + P(B)$.
47. 独立事件 A, B 同时发生的概率 $P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$.
48. n 次独立重复试验中某事件恰好发生 k 次的概率 $P_n(k) = C_n^k P^k (1-P)^{n-k}$.
49. 数学期望 $E\xi = x_1 P_1 + x_2 P_2 + \cdots + x_n P_n + \cdots$
50. $a+bi = c+di \Leftrightarrow a=c, b=d$. ($a, b, c, d \in R$)
51. 复数 $z = a+bi$ 的模 (或绝对值) $|z| = |a+bi| = \sqrt{a^2+b^2}$.
52. 复数的四则运算法则
- (1) $(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$;
- (2) $(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$;
- (3) $(a+bi)(c+di) = (ac-bd) + (bc+ad)i$;
- (4) $(a+bi) \div (c+di) = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i$ ($c+di \neq 0$).