

成人高考《数学（理）（高起点）》考前揭秘卷（一）

一、选择题（本大题共 17 小题，每小题 5 分，共 85 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

1、若集合 $U = \{x | -2 < x \leq 4\}$, $A = \{x | 0 \leq x \leq 4\}$, 则 $C_U A = ()$.

☐ A $[-2, 0)$

☐ B $[-2, 0]$

☒ C $(-2, 0)$

☐ D $(-2, 0]$

参考答案：C

答案解析：本题考查的是集合的运算. 题中要求集合 A 在全集 U 的补集，取补集，也就是取剩下的，所以 $C_U A = \{x | -2 < x < 0\}$ ，用区间的形式表示为 $(-2, 0)$ ，因此选择 C.

2、若 α 为第三象限角，则 $()$.

☐ A $\cos 2\alpha > 0$

☐ B $\cos 2\alpha < 0$

☒ C $\sin 2\alpha > 0$

☐ D $\sin 2\alpha < 0$

参考答案：C

答案解析：本题考查的是三角函数在各象限的符号. α 为第三象限角，所以 $\sin \alpha < 0$, $\cos \alpha < 0$, $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha > 0$ ，因此选择 C.

3、已知函数 $f(x) = 3x + 1 (x \in \mathbf{R})$ 的反函数是 $g(x)$ ，则 $g(-2) = ()$.

☐ A 1

☒ B -1

☐ C 3

☐ -3

参考答案: B

答案解析: 本题考查的是函数的反函数. 有两种方法, 方法一: 根据 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的定义域与值域之间的关系, $3x+1=-2$, 解得 $x=-1$. 方法二: 先求出 $f(x)$ 的反函数

数 $g(x)$, $g(x) = \frac{x-1}{3}$, 将 $x=-2$ 代入得 $y=-1$, 因此选择 B.

4、已知 $a > b > c > d$, 则下列选项中正确的是 ().

☐ $a+d > b+c$

☒ $a+c > b+d$

☐ $ad > bc$

☐ $ac > bd$

正确答案: B

答案解析: 本题考查的是不等式的性质. 因为 $a > b > c > d$, 所以 $a+c > b+d$, 因此选择 B

5、下列函数中, 既是偶函数, 且在区间 $[0,1]$ 上是减函数的是 ().

☐ $y = x^2$

☐ $y = \sin x$

☐ $y = 2^x$

☒ $y = \cos x$

正确答案: D

答案解析: 本题考查的是函数的性质. 根据常见函数的性质可知, $y = x^2$ 是偶函数; $y = \sin x$ 是奇函数; $y = 2^x$ 是奇函数; $y = \cos x$ 是偶函数; 在区间 $[0,1]$ 上, $y = x^2$ 单调递增; $y = \cos x$ 单调递减, 因此选择 D.

6、若甲： $a = 2$;

乙：直线 $2x + y = 0$ 和直线 $x - ay = 0$ 相互垂直，
则 () .

☐ A 甲是乙的充分条件但不是必要条件

☐ B 甲是乙的必要条件但不是充分条件

☒ C 甲是乙的充要条件

☐ D 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

正确答案：C

答案解析：本题考查的是简易逻辑和两直线垂直的条件. 直线 $2x + y = 0$ 和直线 $x - ay = 0$ 相互垂直，所以 $2 \times 1 + 1 \times (-a) = 0$ ， $a = 2$. 因此既能正推，又能反推，甲是乙的充要条件，因此选择 C.

7、函数 $f(x) = \sin \frac{x}{4} + \cos \frac{x}{4}$ 的最小正周期和最大值分别是 () .

☒ A 8π 和 $\sqrt{2}$

☐ B 8π 和 2

☐ C 4π 和 $\sqrt{2}$

☐ D 4π 和 2

正确答案：A

答案解析：本题考查的是三角函数的性质和三角函数式的变换. $\sin \frac{x}{4} + \cos \frac{x}{4} = \sqrt{2} \sin (\frac{x}{4} + \frac{\pi}{4})$,

所以函数的最小正周期是 $\frac{2\pi}{\frac{1}{4}} = 8\pi$ ，最大值是 $\sqrt{2}$ ，因此选择 A.

8、已知向量 $AB = (2,1)$ ， $AC = (4,3)$ ，则 $BC = ()$.

☒ A $(2,2)$

☐ B $(-2, -2)$

☐ C $(3, 2)$

☐ D $(6, 4)$

正确答案: A

答案解析: 本题考查的是平面向量的计算. $BC = AC - AB = (4, 3) - (2, 1) = (2, 2)$, 因此选择 A.

9、复数 $\frac{4+3i}{1+2i}$ 的共轭复数的虚部是 ().

☐ A $-i$

☐ B -1

☒ C 1

☐ D i

正确答案: C

答案解析: 本题考查的是复数的运算. $\frac{4+3i}{1+2i} = \frac{(4+3i)(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{10-5i}{5} = 2-i$, 它的共轭复数是 $2+i$, 其虚部是 1, 因此选择 C.

10、双曲线 $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$ 的焦点坐标为 ().

☐ A $(2\sqrt{7}, 0), (-2\sqrt{7}, 0)$

☒ B $(10, 0), (-10, 0)$

☐ C $(0, 2\sqrt{7}), (0, -2\sqrt{7})$

☐ D $(0, 10), (0, -10)$

正确答案: B

答案解析: 本题考查的是双曲线的焦点. 双曲线的 $a^2 = 64$, $b^2 = 36$, 所以 $c^2 = 100$, 同时双曲线的焦点在 x 轴上, 因此双曲线的焦点坐标是 $(10, 0), (-10, 0)$, 因此选择 B.

11、已知 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 则 $\cos(\pi - \alpha) = ()$.

☐ A $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

☐ B $-\frac{1}{2}$

☒ C $\frac{\sqrt{3}}{2}$

☐ D $\frac{1}{2}$

正确答案：C

答案解析：本题考查的是三角函数的诱导公式. 根据口诀“奇变偶不变，符号看象限”可得

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$. 因为 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$, 所以 $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, 因此

$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 也可以根据 $\sin \alpha = \frac{1}{2}$, $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 确定 $\alpha = \frac{5}{6}\pi$, 从而求出

$\cos(\pi - \alpha) = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 因此选择 C.

12、将一枚硬币连掷 4 次，则恰有 3 次正面朝上的概率是 ().

☐ A $\frac{1}{8}$

☐ B $\frac{3}{16}$

☒ C $\frac{1}{4}$

☐ D $\frac{3}{4}$

正确答案：C

答案解析：本题考查的是独立重复试验的概率. 根据公式，所求概率为

$$C_4^3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \text{ 因此选择 C.}$$

13、已知向量 $\mathbf{a} = (-1, 2, 4)$, $\mathbf{b} = (x, -1, -2)$, 并且 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 则实数 x 的值为 ().

☐ A 10

☒ B -10

☐ C $-\frac{1}{2}$

☐ D $\frac{1}{2}$

正确答案: B

答案解析: 本题考查的是空间向量垂直的条件. $\because \mathbf{a} \perp \mathbf{b}, \therefore \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 0$,

即 $-x + 2 \times (-1) + 4 \times (-2) = 0$, 解得 $x = -10$, 因此选择 B.

14、抛物线 $x^2 = 16y$ 的准线方程为 ().

☐ A $x = -4$

☐ B $x = 4$

☒ C $y = -4$

☐ D $y = 4$

正确答案: C

答案解析: 本题考查的是抛物线的准线方程. 因为抛物线是 $x^2 = 16y$, 所以抛物线的准线方程

为 $y = -4$, 因此选择 C.

15、将边长为 3 的正方形以其一边所在直线为旋转轴旋转一周, 所得几何体的侧面积为 ().

☐ A 6π

☐ B 9π

☒ 18 π

☐ 27 π

正确答案：C

答案解析：本题考查的是旋转体. 由题意可知，旋转后得到的立体图形是圆柱，圆柱的底面半径为 3，高为 3，所以圆柱的侧面积是 $2\pi \times 3 \times 3 = 18\pi$ ，因此选择 C.

16、已知点 $A(-2,2)$ 和点 $B(6,4)$ ，则线段 AB 的垂直平分线的方程是（ ）.

☐ $4x - y - 11 = 0$

☐ $4x - y - 5 = 0$

☒ $4x + y - 11 = 0$

☐ $4x + y + 5 = 0$

正确答案：C

答案解析：本题考查的是线段的垂直平分线方程. 要求线段的垂直平分线方程，必须知道线段的中点

及所求直线的斜率，根据条件可知，线段 AB 的中点是 $(2,3)$ ， $k_{AB} = \frac{4-2}{6-(-2)} = \frac{1}{4}$ ，因此所求直线的斜率是 -4 ，直线方程为 $y - 3 = -4(x - 2)$ ，整理得， $4x + y - 11 = 0$ ，因此选择 C.

17、冰墩墩和雪容融两人从 4 门课程中各选修 2 门，则两人所选的课程中至少有 1 门不相同的选法共有（ ）.

☐ 6 种

☐ 12 种

☒ 30 种

☐ 36 种

正确答案：C

答案解析：本题考查的是排列组合。“至少有1门不相同”包含两种情况，①两人只有一门不同，另一门相同：分为2步，先4门中选1门作为相同的课程，接下来从剩下的3门课程中选择2门分给两人，有 $C_4^1 A_3^2 = 4 \times 6 = 24$ （种）选法；②两人选修的2门都不同：分为2步，从4门功课中选择2门功课作为冰墩墩选修的课程，接下来剩下的2门作为雪容融的课程，有 $C_4^2 C_2^2 = 6$ （种）选法，所以一共有 $24 + 6 = 30$ （种）选法。因此选择C。

18、 $\left(x - \frac{3}{x}\right)^6$ 的二项式展开式中 x^2 的系数为_____。

参考答案：135

答案解析：本题考查的是二项式展开式。在 $\left(x - \frac{3}{x}\right)^6$ 的二项式展开式中含有 x^2 项是 $C_6^2 x^4 \left(-\frac{3}{x}\right)^2 = 135x^2$ ，所以 x^2 的系数为135。

19、以点(1, 2)为圆心，且与直线 $3x - 4y = 0$ 相切的圆的方程为_____。

参考答案： $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$

答案解析：本题考查的是圆的方程和直线与圆的位置关系。因为圆心是(1, 2)，所以设圆的标准方程为 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = r^2$ ；又因为圆与直线相切，所以圆心到直线的距离等于半径，

即 $r = d = \frac{|3 \times 1 - 4 \times 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$ ，所以圆的方程为 $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$ 。

20、已知球的体积是 $\frac{500}{3}\pi$ ，则该球的表面积是_____。

参考答案：100π

答案解析：本题考查的是球的表面积。已知球的体积是 $\frac{500}{3}\pi$ ，所以球的半径是5，球的表面积是 $4\pi R^2 = 4\pi \times 5^2 = 100\pi$

21、若样本数据 4, 2, x , 5 的平均值为 4, 则该样本的方差为_____.

参考答案: 1.5

答案解析: 本题考查的是样本方差. 由已知可得 $4 + 2 + x + 5 = 4 \times 4 = 16$, 所以 $x = 5$,

$$\frac{(4-4)^2 + (2-4)^2 + (5-4)^2 + (5-4)^2}{4} = 1.5$$

所以这 4 个数的方差是 .

22、设 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 若 $\cos A \cos B - \sin A \sin B = \frac{3}{4}$,
且 $a = 2, b = 3$.

(1) 求 $\cos C$ 的值;

(2) 求 $\triangle ABC$ 的周长.

参考答案:

$$\because \cos A \cos B - \sin A \sin B = \cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C = \frac{3}{4}$$

(1) ,

$$\therefore \cos C = -\frac{3}{4}$$

.

$$\because c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 2^2 + 3^2 - 2 \times 2 \times 3 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 22, \therefore c = \sqrt{22}$$

(2) , 因此

$$\triangle ABC \text{ 的周长} = a + b + c = 5 + \sqrt{22}.$$

答案解析: 本题考查的是解三角形. (1)

$$\because \cos A \cos B - \sin A \sin B = \cos(A + B) = \cos(\pi - C) = -\cos C = \frac{3}{4} \quad \therefore \cos C = -\frac{3}{4}$$

.

$$\because c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C = 2^2 + 3^2 - 2 \times 2 \times 3 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 22, \therefore c = \sqrt{22}$$

(2) , 因此

$$\triangle ABC \text{ 的周长} = a + b + c = 5 + \sqrt{22}.$$

23、已知公差为 d 的等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_5 = 8$, $a_9 = 24$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的前 8 项和 S_8 .

参考答案:

(1) $\because \{a_n\}$ 是等差数列, $\therefore a_9 = a_5 + 4d$, $\because a_5 = 8$, $a_9 = 24$, $\therefore 4d = 16$, $d = 4$,
 $\because a_5 = a_1 + 4d$, $\therefore a_1 = -8$, 因此数列 $\{a_n\}$ 的通项公
式 $a_n = a_1 + (n-1)d = -8 + 4(n-1) = 4n - 12$.

$$(2) S_6 = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = -8 \times 6 + \frac{6 \times 5}{2} \times 4 = 12.$$

答案解析: 本题考查的是数列.

(1) $\because \{a_n\}$ 是等差数列, $\therefore a_9 = a_5 + 4d$, $\because a_5 = 8$, $a_9 = 24$, $\therefore 4d = 16$, $d = 4$,
 $\because a_5 = a_1 + 4d$, $\therefore a_1 = -8$, 因此数列 $\{a_n\}$ 的通项公
式 $a_n = a_1 + (n-1)d = -8 + 4(n-1) = 4n - 12$.

$$(2) S_6 = na_1 + \frac{n(n-1)}{2}d = -8 \times 6 + \frac{6 \times 5}{2} \times 4 = 12.$$

24、已知函数 $f(x) = 2x^3 - x^2 - 4x$, 求 $f(x)$ 的单调区间和极值.

参考答案: $f'(x) = 6x^2 - 2x - 4$, 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = -\frac{2}{3}$ 或 $x = 1$. 当 $x > 1$

或 $x < -\frac{2}{3}$, $f'(x) > 0$, 所以 $(-\infty, -\frac{2}{3})$ 和 $(1, +\infty)$ 是函数 $f(x)$ 的单调递增区间;

当 $-\frac{2}{3} < x < 1$, $f'(x) < 0$, 所以 $(-\frac{2}{3}, 1)$ 是函数 $f(x)$ 的单调递减区间; 因此函数 $f(x)$

在 $x = -\frac{2}{3}$ 处取得极大值 $f(-\frac{2}{3}) = \frac{44}{27}$, 在 $x = 1$ 处取得极小值 $f(1) = -3$. 答案解析: 本

题考查的是导数的应用. $f'(x) = 6x^2 - 2x - 4$, 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = -\frac{2}{3}$ 或 $x = 1$.

当 $x > 1$ 或 $x < -\frac{2}{3}$, $f'(x) > 0$, 所以 $(-\infty, -\frac{2}{3})$ 和 $(1, +\infty)$ 是函数 $f(x)$ 的单调递增

区间; 当 $-\frac{2}{3} < x < 1$, $f'(x) < 0$, 所以 $(-\frac{2}{3}, 1)$ 是函数 $f(x)$ 的单调递减区间; 因此函

数 $f(x)$ 在 $x = -\frac{2}{3}$ 处取得极大值 $f(-\frac{2}{3}) = \frac{44}{27}$, 在 $x = 1$ 处取得极小值 $f(1) = -3$.

25、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 离心率 $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$,
且 $|F_1F_2| = 4\sqrt{3}$, 点 $P(x_0, y_0)$ 在椭圆 C 上.

(1) 求椭圆 C 的标准方程;

(2) 当 $\angle F_1PF_2$ 为锐角时, 求 x_0 的取值范围.

参考答案: (1) 由题意可知, 椭圆的焦点在 x 轴上, $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $2c = 4\sqrt{3}$, 所

以 $c = 2\sqrt{3}$, $a = 4$, $b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 12 = 4$, 因此椭圆 C 的标准方程

是 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$.

(2) 由 (1) 可

知, $F_1(-2\sqrt{3}, 0)$, $F_2(2\sqrt{3}, 0)$, $\overrightarrow{PF_1} = (-2\sqrt{3} - x_0, -y_0)$, $\overrightarrow{PF_2} = (2\sqrt{3} - x_0, -y_0)$,

$\therefore \angle F_1PF_2$ 为锐角, $\therefore \cos \angle F_1PF_2 = \frac{\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}}{|\overrightarrow{PF_1}| \cdot |\overrightarrow{PF_2}|} > 0$,

即 $\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = (-2\sqrt{3} - x_0) \cdot (2\sqrt{3} - x_0) + y_0^2 > 0$, $\therefore P$ 在椭圆

上, $\therefore \frac{x_0^2}{16} + \frac{y_0^2}{4} = 1 (-4 < x_0 < 4)$, $y_0^2 = 4 - \frac{1}{4}x_0^2$, $x_0^2 - 12 + 4 - \frac{1}{4}x_0^2 > 0$, 因此, 解

得 $x_0 > \frac{4\sqrt{6}}{3}$ 或 $x_0 < -\frac{4\sqrt{6}}{3}$, 综上所述, x_0 的取值范围为 $\left(-4, -\frac{4\sqrt{6}}{3}\right) \cup \left(\frac{4\sqrt{6}}{3}, 4\right)$.

答案解析:

本题考查的是椭圆的性质. (1) 由题意可知, 椭圆的焦点在 x 轴上, $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $2c = 4\sqrt{3}$,

所以 $c = 2\sqrt{3}$, $a = 4$, $b^2 = a^2 - c^2 = 16 - 12 = 4$, 因此椭圆 C 的标准方程是

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

(2) 由 (1) 可知,

$$F_1(-2\sqrt{3}, 0), \quad F_2(2\sqrt{3}, 0), \quad \overrightarrow{PF_1} = (-2\sqrt{3} - x_0, -y_0), \quad \overrightarrow{PF_2} = (2\sqrt{3} - x_0, -y_0),$$

$$\therefore \angle F_1PF_2 \text{ 为锐角}, \quad \therefore \cos \angle F_1PF_2 = \frac{\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}}{|\overrightarrow{PF_1}| \cdot |\overrightarrow{PF_2}|} > 0,$$

$$\text{即 } \overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = (-2\sqrt{3} - x_0) \cdot (2\sqrt{3} - x_0) + y_0^2 > 0, \quad \therefore P \text{ 在椭圆}$$

上, $\therefore \frac{x_0^2}{16} + \frac{y_0^2}{4} = 1 (-4 < x_0 < 4)$, $y_0^2 = 4 - \frac{1}{4}x_0^2$, $x_0^2 - 12 + 4 - \frac{1}{4}x_0^2 > 0$, 因此, 解

得 $x_0 > \frac{4\sqrt{6}}{3}$ 或 $x_0 < -\frac{4\sqrt{6}}{3}$, 综上所述, x_0 的取值范围为 $\left(-4, -\frac{4\sqrt{6}}{3}\right) \cup \left(\frac{4\sqrt{6}}{3}, 4\right)$.

$$, \quad F_1(-2\sqrt{3}, 0), \quad F_2(2\sqrt{3}, 0), \quad \overrightarrow{PF_1} = (-2\sqrt{3} - x_0, -y_0), \quad \overrightarrow{PF_2} = (2\sqrt{3} - x_0, -y_0),$$

$$\therefore \angle F_1PF_2 \text{ 为锐角}, \quad \therefore \cos \angle F_1PF_2 = \frac{\overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2}}{|\overrightarrow{PF_1}| \cdot |\overrightarrow{PF_2}|} > 0,$$

$$\text{即 } \overrightarrow{PF_1} \cdot \overrightarrow{PF_2} = (-2\sqrt{3} - x_0) \cdot (2\sqrt{3} - x_0) + y_0^2 > 0, \quad \therefore P \text{ 在椭圆}$$

上, $\therefore \frac{x_0^2}{16} + \frac{y_0^2}{4} = 1 (-4 < x_0 < 4)$, $y_0^2 = 4 - \frac{1}{4}x_0^2$, $x_0^2 - 12 + 4 - \frac{1}{4}x_0^2 > 0$, 因此, 解

得 $x_0 > \frac{4\sqrt{6}}{3}$ 或 $x_0 < -\frac{4\sqrt{6}}{3}$, 综上所述, x_0 的取值范围为 $\left(-4, -\frac{4\sqrt{6}}{3}\right) \cup \left(\frac{4\sqrt{6}}{3}, 4\right)$.