

第十二章 概率与统计初步

本章要求

- (1) 了解随机事件和概率的意义
- (2) 了解等可能事件的概率的意义，会计算等可能事件的概率。
- (3) 了解互斥事件的意义，会计算相关问题
- (4) 了解相互独立事件的意义，会计算相关问题
- (5) 掌握伯努利概型的计算
- (6) 了解总体和样本概念，会计算样本平均数和方差
- (7) 了解离散型随机变量及期望，根据分布列求期望

内容提要

一、随机事件及其概率

- 1 必然事件
- 2 不可能事件
- 3 随机事件
- 4 频率
- 5 概率

二、等可能事件的概率

1 等可能事件

- (1) 每次实验所包含的基本事件数是有限的
- (2) 每个基本事件发生的可能性大小是一样的

2 计算; $P=m/n$

m ; 所求事件包含的基本事件数目

n ; 这个实验包含的所有基本事件数目

三、加法公式和乘法公式

1 加法公式

如果事件 A, B 互斥 (或互不相容, 即不能同时发生; $AB=\emptyset$)

那么 $P(A+B) = P(A) + P(B)$

$A+B$ 表示 A 和 B 中至少有一个会发生

2 对立事件; $AB=\emptyset$ 且 $A+B=\Omega$

$P(A) = 1 - P(B)$

注意; (1) 对立一定互斥, 互斥不一定对立

- (2) 一个事件如果比较复杂, 那么它的对立事件一定简单。

2 乘法公式

独相互立; 如果事件 A, B 互不影响, 没有条件关系, 那么就叫做相互独立。

如果事件 A, B 相互独立, 那么

$P(AB) = P(A) P(B)$

四、独立重复实验

1 定义; (1) 实验的次数是有限的

- (2) 每次实验之间是相互独立的

2 如果在一次实验中某事件发生的概率是 p , 那么在 n 次独立重复实验中, 这个事件恰好发生 k 次的概率

$$p = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

五、统计

1 总体

2 样本

3 样本平均

4 样本方差；说明了数据的波动情况

六、离散型随机变量和数学期望

1 随机变量；随机实验结果的函数，用大写的英文字母表示 (X,Y...)

2 离散型随机变量；随机实验的结果是有限的，并能一一列举出来。

分布列；

X	x1	x2		xn
P	p1	P2		Pn

$$(1) p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1$$

$$(2) p_n > 0$$

$$(3) E(X) = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

例题 1 从 1,2,3,4,5 中任取 2 个不同的数，这 2 个数的乘积是偶数的概率是

【2018 年真题】

A. 1/10

B. 1/5

C. 3/5

D. 7/10

【答案】D

【解析】

$$P = \frac{C_2^1 C_3^1 + 1}{C_5^2} = \frac{7}{10}$$

例题 2 抛一枚硬币，正面朝上的概率是 1/2，连续抛 4 次求恰有 2 次正面朝上的概率

【2018 年真题】

【答案】3/8

【解析】

$$P = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

例题 3 1 名女生和 3 名男生随机地站在一列，则从前面数第 2 名是女生的概率

【2017 年真题】

A. 1/4

B. 1/3

C. 1/2

D. $\frac{3}{4}$

【答案】A

【解析】

$$P = \frac{P_3^3}{P_4^4} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$$

例题4 若5条鱼的平均质量是0.8Kg, 其中3条的质量分别是0.75Kg, 0.83Kg, 0.78Kg, 则其余2条的平均质量是

【2017年真题】

【答案】0.82Kg

【解析】

$$\frac{5 \times 0.8 - 0.75 - 0.83 - 0.78}{2} = 0.82Kg$$

例题5 将一颗骰子抛1次, 其得到的点数是偶数的概率

【2016年真题】

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{6}$

【答案】B

【解析】 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

例题6 已知随机变量X的数学期望是23, 其分布列如下则 () 【2016年真题】

X	10	20	30	40
P	a	0.2	0.1	b

A. $a=0.4$; $b=0.3$

B. $a=0.3$; $b=0.4$

C. $a=0.2$; $b=0.5$

D. $a=0.5$; $b=0.2$

【答案】A

【解析】 $a+b=0.7$

$$10a + 20 \times 0.2 + 30 \times 0.1 + 40b = 23$$

$$b=0.3, a=0.4$$

例题7 甲, 乙两人独立的破译一个密码, 设2人破译的概率分别是 P_1, P_2 , 则恰有1人能破译的概率是

【2015年真题】

A. $(1 - P_1) (1 - P_2)$

- B. P_1P_2
 C. $(1-P_1)P_2$
 D. $(1-P_1)P_2 + (1-P_2)P_1$

【答案】D

【解析】甲或乙

甲; $(1-P_2)P_1$ 乙; $(1-P_1)P_2$

例题 8 甲, 乙两人独立的射击一个目标, 设 2 人射中的概率分别是 0.8, 0.6 则恰有 1 人击中的概率是 【2014 年真题】

- A. 0.44
 B. 0.6
 C. 0.8
 D. 1

【答案】A

【解析】 $0.8 \times 0.4 + 0.6 \times 0.2 = 0.44$

例题 9 将 5 本不同的历史书和 2 本不同的数学书排成一行则 2 本数学书恰好在两端的概率是 【2014 年真题】

- A. $1/10$ B. $1/14$
 C. $1/20$ D. $1/21$

【答案】D

【解析】

$$P = \frac{2P_5^5}{P_7^7} = \frac{1}{21}$$

例题 10 命题甲; A, B 是互斥事件, 命题乙; A, B 是对立事件, 则甲是乙的

- A. 充分但非必要条件
 B. 必要但非充分条件
 C. 即非充分又非必要条件
 D. 充要条件

【答案】B

【解析】互斥不一定对立, 对立一定互斥

例题 11 已知一组数据; 9.9, 10.3, 10.1, 9.7, 计算平均数和方差

【答案】

$$\bar{x} = \frac{9.9 + 10.1 + 10.3 + 9.7}{4} = 10$$

$$s^2 = \frac{(9.9-10)^2 + (10.1-10)^2 + (10.3-10)^2 + (9.7-10)^2}{4}$$

$$= 0.05$$

例题 12 在一次考试中，要从 10 道题中选出 3 个题回答，答对 2 题及格，某考生会回答 10 个题中的 4 个题，求该考生及格的概率

【答案】 $1/3$

【解析】

$$P = \frac{C_4^2 C_6^1 + C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{36 + 4}{120} = \frac{1}{3}$$