

一、选择题

1.若集合 $A=\{x|-1\leq x<5\}$, $B=\{x\{-2<x<2\}$, 则 $A\cap B=()$

A. $\{x|-1\leq x<2\}$

B. $\{x|-2<x<2\}$

C. $\{x|-2<x<5\}$

D. $\{x|-1\leq x<5\}$ 。

正确答案: A

解析: $A\cap B=\{x|-1\leq x<2\}$ 。

2.已知 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha < 0$, 则 α 是()

A.第一象限角

B.第二象限角

C.第三象限角

D.第四象限角

正确答案: D

解析: 正弦函数值在第三、四象限小于 0, 正切函数值在第二、四象限小于 0。故题中所求角在第四象限。

3.下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为()

A. $y=\sin 2x$

B. $y=x^2$

C. $y=\tan x$

D. $y=\cos 3x$

正确答案: D

解析: 选项 A、C 是奇函数, 选项 B 是偶函数, 但不是周期函数, 只有选项 D 既是偶函数又是周期函数。

4.函数 $y=1+\log_2 x$ ($x>0$) 的反函数为()

A. $y=2^{1-x}(x\in\mathbb{R})$

B. $y=2^{x-1}(x\in\mathbb{R})$

C. $y=-1+\log_{\frac{1}{2}} x(x>0)$

D. $y=\log_2 \frac{x}{2}(x>0)$

正确答案: B

解析:

已知 $y=1+\log_2 x$, 则有 $\log_2 x=y-1$, 化简得 $x=2^{y-1}$, 故原函数的反函数为 $y=2^{x-1}(x\in\mathbb{R})$.

5.函数 $y=5\cos 2x-3\sin 2x$ 的最小正周期为()

- A. 4π
- B. 2π
- C. π
- D. $\pi/2$

正确答案：C

解析：整理得 $y=4(\cos 2x-\sin 2x)+\cos 2x+\sin 2x=4\cos 2x+1$ ，故函数的最小正周期为 $T=2\pi/2=\pi$ 。

6.已知平面 α ，两条直线 l_1 ， l_2 。

设甲： $l_1 \perp \alpha$ 且 $l_2 \perp \alpha$ ；

乙： $l_1 // l_2$ ，

则（）

- A.甲是乙的必要条件但不是充分条件
- B.甲是乙的充分条件但不是必要条件
- C.甲是乙的充要条件
- D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

正确答案：B

解析：如果两直线垂直于同一平面，则两直线平行；但是如果两直线平行，这两条直线不一定垂直于同一平面，也可能两直线是在平面内，故甲是乙的充分条件但不是必要条件。

7.下列函数中，在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是（）

A. $y=x^2+x$

B. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$

C. $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$

D. $y=\cos x$

正确答案：A

解析：本题主要考查的知识点为函数的单调性。

A 项中， $y=x^2+x=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$ ，故函数在 $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上是增函数，因此函数在 $(0, +\infty)$ 上也是增函数。

8.不等式 $|x-1|>1$ 的解集为（）

- A. $\{x|x>2\}$
- B. $\{x|x<0\}$
- C. $\{x|0<x<2\}$
- D. $\{x|x<0 \text{ 或 } x>2\}$

正确答案：D

解析：

$|x-1|>1 \Rightarrow x-1>1 \text{ 或 } x-1<-1$ ，即 $x>2 \text{ 或 } x<0$ ，故不等式的解集为 $\{x|x<0 \text{ 或 } x>2\}$ 。

9.已知向量 $a = (6, 0, -3)$ ， $b = (-2, 9, x)$ ，且 $a \perp b$ ，则 $x =$ ()

- A.-4
- B.-1
- C.1
- D.4

正确答案：A

解析：由于 $a \perp b$ ，故有 $a \cdot b = 6 \times (-2) + 0 \times 9 + (-3)x = -3x - 12 = 0$ ，解得 $x = -4$ 。

10.已知函数 $f(x) = 2x + 1$ ，则 $f(2x) =$ ()

- A. $4x + 1$
- B. $4x + 1$
- C. $x + 1$
- D. $2x + 2$

正确答案：B

解析： $f(2x) = 2(2x) + 1 = 4x + 1$ 。

11. $(1+i)(1-i) =$ ()

- A.2
- B.1
- C.0
- D.-1

正确答案：A

解析： $(1+i)(1-i) = 1 - i^2 = 1 + 1 = 2$ 。

12.甲、乙各进行一次射击，若甲击中目标的概率是 0.4，乙击中目标的概率是 0.5，且甲、乙是否击中目标相互独立，则甲、乙都击中目标的概率是 ()

- A.0.9
- B.0.5
- C.0.4
- D.0.2

正确答案：D

解析：甲、乙都击中目标的概率为 $0.4 \times 0.5 = 0.2$ 。

13. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程为 ()

A. $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$

B. $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C. $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

D. $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

正确答案: C

解析:

令 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$, 得 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$, 即双曲线的渐近线为 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$.

14. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_3 + a_5 = 2$, 则 $a_1 + a_2 + a_6 + a_7 =$ ()

A. 1

B. 2

C. 4

D. 8

正确答案: C

解析: 由等差数列的性质可得 $a_1 + a_2 + a_6 + a_7 = a_3 + a_5 + a_3 + a_5 = 2 + 2 = 4$ 。

15. 过抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()

A. 2

B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

正确答案: B

解析: 抛物线的焦点坐标为 $(1, 0)$, 准线方程为 $x = -1$, 则 A, B 两点的距离为 A 点和 B 点到准线的距离之和, 即 $|AB| = 2 + 2 = 4$ 。

16. 若向量 $a = (3, 4)$, 则与 a 方向相同的单位向量为 ()

A. $(0, 1)$

B. $(1, 0)$

C. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

D. $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

正确答案: C

解析: 本题主要考查的知识点为单位向量的求法。

与向量 a 方向相同的单位向量为 $\frac{a}{|a|} = \frac{(3, 4)}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.

17. 由 0, 1, 2, 3 四个数字, 组成没有重复数字的三位数, 共有 ()

- A.18 个
- B.24 个
- C.48 个
- D.64 个

正确答案：A

解析：本题主要考查的知识点为排列组合。

组成的没有重复数字的三位数有 $C_3^1 \cdot P_2^2 = 3 \times 3 \times 2 = 18$ 个。

二、填空题

1.圆 $x^2+y^2=5$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线的方程为_____。

答案： $x+2y-5=0$

解析：

由题可知切点到圆心所在直线的斜率为 $\frac{2}{1} = 2$, 故切线的斜率为 $-\frac{1}{2}$, 因此所求切线的方程为 $y-2 = -\frac{1}{2}(x-1)$, 即 $x+2y-5=0$.

2.已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=2n+1$, 则 $a_2=_____$ 。

答案： 2

解析： $a_1=S_1=2+1=3$, 故 $a_2=S_2-S_1=2 \times 2+1-3=2$ 。

3.设球的表面积为 4π , 则该球的体积为_____。

答案： $\frac{4\pi}{3}$

解析：

球的表面积为 $4\pi R^2 = 4\pi$, 故球的半径为 $R=1$, 因此球的体积为 $\frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{3}$.

4.从某大学篮球队历次比赛得分中, 抽取了 8 场比赛的得分作为样本, 数据如下: 88, 74, 73, 87, 70, 72, 86, 90, 则该样本的方差为_____。

答案： 62.25

解析：

可求得样本平均数为 $\frac{88+74+73+87+70+72+86+90}{8} = 80$, 因此样本方差为 $\frac{1}{8}[(88-80)^2 + (74-80)^2 + (73-80)^2 + (87-80)^2 + (70-80)^2 + (72-80)^2 + (86-80)^2 + (90-80)^2] = 62.25$.

三、解答题

1.已知 A, B 为 $\odot O$ 上的两点, 且 $AB=33$, $\angle ABO=30^\circ$ 。求 $\odot O$ 的半径。

解析：设 $\odot O$ 的半径为 r , 则 $OA=OB=r$ 。

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = \angle ABO = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ = (3\sqrt{3})^2$, 解得 $r = 3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

2. 等比数列 $\{a_n\}$ 中, 已知 $a_2 + a_4 = -10$. 公比 $q = -\frac{1}{3}$.

(I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(II) 求 $\{a_n\}$ 的前 4 项和.

解析:

(I)

由已知得 $a_1 q + a_1 q^3 = -10$,

又 $q = -\frac{1}{3}$, 所以 $a_1 \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{27}\right) = -10$, 解得 $a_1 = 27$,

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 27 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$.

(II)

$a_1 + a_3 = \frac{1}{q}(a_2 + a_4)$, 又 $a_2 + a_4 = -10$, 故 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 20$.

所以 $\{a_n\}$ 的前 4 项和为 20.

3. 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值.

解析:

(I) $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26$, $f(0) = 2$, $f(1) = 1$, $f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

4.

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N\left(\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ 为 C 上两点.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 设 P 为 C 的左顶点, 求 $\triangle PMN$ 的面积.

解析:

(I)

将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1. \end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(II)

由(I)得 $P(-2, 0)$, 故 $|PM| = \sqrt{5}$, 直线 PM 的方程为

$$x + 2y + 2 = 0,$$

因此点 N 到直线 PM 的距离

$$d = \frac{\left| \sqrt{3} + 2 \times \frac{1}{2} + 2 \right|}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}},$$

$$\text{所以 } \triangle PMN \text{ 的面积 } S = \frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times \frac{3 + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}.$$