

2018 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学

一、选择题

1. 已知集合 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, 则 $A \cup B =$ ()

A. $\{2, 4, 6, 8\}$

B. $\{2, 4\}$

C. $\{2, 4, 8\}$

D. $\{6\}$

2. 不等式 $x^2 - 2x < 0$ 的解集为 ()

A. $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

B. $\{x \mid -2 < x < 0\}$

C. $\{x \mid 0 < x < 2\}$

D. $\{x \mid x < -2 \text{ 或 } x > 0\}$

3. 曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是 ()

A. $(-1, 0)$

B. $(0, 1)$

C. $(2, 0)$

D. $(1, 0)$

4. 下列函数中, 在区间 $(0, +\infty)$ 为增函数的是 ()

A. $y = x^{-1}$

B. $y = x^2$

C. $y = \sin x$

D. $y = 3^{-x}$

5. 函数 $f(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{3})$ 的最小正周期是 ()

A. $\frac{\pi}{2}$

B. 2π

C. π

D. 4π

6. 下列函数中, 为偶函数的是 ()

A. $y = \sqrt{x^2 + 1}$

B. $y = 2^{-x}$

C. $y = x^{-1} - 1$

D. $y = 1 + x^{-3}$

7. 函数 $y = \log_2(x + 2)$ 的图像向上平移 1 个单位后, 所得图像对应的函数为()

A. $y = \log_2(x + 1)$

B. $y = \log_2(x + 3)$

C. $y = \log_2(x + 2) - 1$

D. $y = \log_2(x + 2) + 1$

8. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, 公差 $d \neq 0$, a_2, a_3, a_6 成等比数列, 则 $d =$

A. 1

B. -1

C. -2

D. 2

9. 从 1, 2, 3, 4, 5 中任取 2 个不同的数, 这 2 个数都是偶数的概率为()

A. $\frac{3}{10}$

B. $\frac{1}{5}$

C. $\frac{1}{10}$

D. $\frac{3}{5}$

10. 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y = 0$ 的半径为()

A. $\sqrt{10}$

B. 4

C. $\sqrt{15}$

D. 16

11. 双曲线 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 的焦距()

A. $2\sqrt{7}$

B. $2\sqrt{3}$

C. 4

D. 2

12. 已知抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 F, 点 A(0, -1), 则直线 AF 的斜率为()

A. $\frac{3}{2}$

- B. $-\frac{3}{2}$
C. $-\frac{2}{3}$
D. $\frac{2}{3}$

13. 若 1 名女生和 3 名男生排成一排, 则该女生不在两端的不同排法共有()

- A. 24 种
B. 12 种
C. 16 种
D. 8 种

14. 已知平面向量 $a = (1, t)$, $b = (-1, 2)$, 若 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$, 则()

- A. $2t - 3m + 1 = 0$
B. $2t + 3m + 1 = 0$
C. $2t - 3m - 1 = 0$
D. $2t + 3m - 1 = 0$

15. 函数 $f(x) = 2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在区间 $\left[-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right]$ 的最大值是()

- A. 0
B. $\sqrt{3}$
C. 2
D. -1

16. 函数 $y = x^2 - 2x - 3$ 的图像与直线 $y = x + 1$ 交于 A, B 两点, 则 $|AB| =$ ()

- A. $2\sqrt{13}$
B. 4
C. $\sqrt{34}$
D. $5\sqrt{2}$

17. 设甲: $y = f(x)$ 的图像有对称轴; 乙: $y = f(x)$ 是偶函数, 则()

- A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件
B. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件
C. 甲是乙的充要条件
D. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

二、填空题(本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 过点 $(1, -2)$ 且与直线 $3x + y - 1 = 0$ 垂直的直线方程为($x - 3y - 7 = 0$)

19. 掷一枚硬币时, 正面向上的概率为 $\frac{1}{2}$, 掷这枚硬币 4 次, 则恰有 2 次正面向上的概率

是($\frac{3}{8}$)

20. 已知 $\sin x = -\frac{3}{5}$, 且 x 为第四象限角, 则 $\sin 2x = (\quad)$

21. 曲线 $y = x^2 - e^x + 1$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程为 $(\quad x + y = 0 \quad)$

三、解答题(本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{2}{3}(4^n - 1)$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $a_k = 128$, 求 k

23. 本小题满分 12 分

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ$ $AB = 2$, $BC = \sqrt{3}$. 求

(1) $\sin C$;

(2) AC .

24. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = x^3 + x^2 - 5x - 1$. 求

(1) $f(x)$ 的单调区间;

(2) $f(x)$ 零点的个数.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 C 的长轴长为 4, 两焦点分别为 $F_1(-\sqrt{3}, 0)$, $F_2(\sqrt{3}, 0)$.

(1) 求 C 的标准方程;

(2) 若 P 为 C 上一点, $|PF_1| - |PF_2| = 2$, 求 $\cos \angle F_1PF_2$.

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了集合的运算的知识点.

【应试指导】 $A \cup B = \{2, 4, 8\} \cup \{2, 4, 6, 8\} = \{2, 4, 6, 8\}$.

2.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了一元二次不等式的解集的知识点.

【应试指导】 $x^2 - 2x < 0 \Rightarrow x(x-2) < 0 \Rightarrow 0 < x < 2$, 故解集为 $\{x \mid 0 < x < 2\}$.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了函数图像的平移的知识点.

【应试指导】 曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 的对称中心是原点 $(0, 0)$, 而曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 是由曲线 $y = \frac{-2}{x}$ 向右平移 1 个单位形成的, 故曲线 $y = \frac{2}{1-x}$ 的对称中心是 $(1, 0)$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了函数的单调性的知识点.

【应试指导】 A、D 两项在 $(0, +\infty)$ 上为减函数, C 项在 $(0, +\infty)$ 上不是单调函数.

5.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了三角函数的周期的知识点.

【应试指导】 最小正周期 $T = \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2}$.

6.【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了函数的奇偶性的知识点.

【应试指导】 A 项, $y = f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$, 则 $f(-x) = \sqrt{(-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$, 故 $y = \sqrt{x^2 + 1}$ 为偶函数.

7.【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了函数图像的平移的知识点.

【应试指导】 函数 $y = \log_2(x+2)$ 的图像向上平移 1 个单位后, 所得图像对应的函数为 $y - 1 = \log_2(x - 0 + 2)$, 即 $y = \log_2(x+2) + 1$.

8.【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了等差数列和等比数列的知识点.

【应试指导】 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_1 = 1$, 则 $a_2 = 1 + d$, $a_3 = 1 + 2d$, $a_5 = 1 + 5d$. 又因 a_2, a_3, a_5 成等比

数列, 则 $a_3^2 = a_2 \cdot a_4$, 即 $(1+2d)^2 = (1+d)(1+5d)$, 解得 $d = 0$ (舍去) 或 $d = -2$, 故选 C.

9. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了概率的知识点.

【应试指导】 这 2 个数都是偶数的概率为 $P =$

$$\frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}.$$

10. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了圆的方程的知识点.

【应试指导】 圆 $x^2 + y^2 + 2x - 6y - 6 = 0$ 可化为 $(x+1)^2 + (y-3)^2 = 16$, 故圆的半径为 4.

11. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了双曲线的焦距的知识点.

【应试指导】 $3x^2 - 4y^2 = 12$ 可化为 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1$,

即 $a^2 = 4, b^2 = 3$, 则 $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{7}$, 则焦距 $2c = 2\sqrt{7}$.

12. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了抛物线的焦点的知识点.

【应试指导】 抛物线 $y^2 = 6x$ 的焦点为 $F\left(\frac{3}{2}, 0\right)$,

则直线 AF 的斜率为 $k = \frac{0 - (-1)}{\frac{3}{2} - 0} = \frac{2}{3}$.

13. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了排列组合的知识点.

【应试指导】 该女生不在两端的不同排法有 $C_2^1 A_3^3 = 12$ (种).

14. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了平行向量的知识点.

【应试指导】 $a + mb = (1, t) + m(-1, 2) = (1 - m, t + 2m)$, 又因 $a + mb$ 平行于向量 $(-2, 1)$, 则 $1 \cdot (1 - m) = -2 \cdot (t + 2m)$ 化简得: $2t + 3m + 1 = 0$.

15. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了三角函数的最值的知识点.

【应试指导】 当 $x = \frac{\pi}{9}$ 时, 函数 $f(x) =$

$2\cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right)$ 取最大值, 最大值为 2.

16. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了平面内两点间的距离公式的知识点.

【应试指导】 由 $\begin{cases} y = x^2 - 2x - 3, \\ y = x + 1 \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x = -1, \\ y = 0 \end{cases}$

或 $\begin{cases} x=4, \\ y=5 \end{cases}$, 即 $A(-1,0), B(4,5)$, 则 $|AB| =$

$$\sqrt{(-1-4)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}.$$

17. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了充分条件和必要条件的知识点.

【应试指导】 图像有对称轴的不一定是偶函数, 但偶函数的图像一定有对称轴 y 轴, 故选 D.

二、填空题

18. 【答案】 $x-3y-7=0$

【考情点拨】 本题考查了直线方程的知识点.

【应试指导】 因为所求直线与直线 $3x+y-1=0$ 垂直, 故可设所求直线方程为 $x-3y+a=0$; 又直线经过点 $(1,-2)$, 故 $1-3 \times (-2)+a=0$, 则 $a=-7$, 即所求直线方程为 $x-3y-7=0$.

19. 【答案】 $\frac{3}{8}$

【考情点拨】 本题考查了贝努利试验的知识点.

【应试指导】 恰有 2 次正面向上的概率是 $P = C_4^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(1-\frac{1}{2}\right)^{4-2} = \frac{3}{8}$.

20. 【答案】 $-\frac{24}{25}$

【考情点拨】 本题考查了三角函数公式的知识点.

【应试指导】 x 为第四象限角, 则 $\cos x =$

$$\sqrt{1-\sin^2 x} = \sqrt{1-\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}, \text{ 故 } \sin 2x =$$

$$2\sin x \cos x = -\frac{24}{25}.$$

21. 【答案】 $x+y=0$

【考情点拨】 本题考查了导数的几何意义的知识点.

【应试指导】 根据导数的几何意义, 曲线在 $(0,0)$

处的切线斜率 $k = y' \Big|_{x=0} = -1$, 则切线方程为

$$y-0 = -1 \cdot (x-0), \text{ 化简得: } x+y=0.$$

三、解答题

22. (1) $S_{n-1} = \frac{2}{3}(4^{n-1}-1),$

$$\text{则 } a_n = S_n - S_{n-1}$$

$$= \frac{2}{3}(4^n-1) - \frac{2}{3}(4^{n-1}-1)$$

$$= 2^{2n-1}.$$

(2) $a_k = 2^{2k-1}$

$$= 128$$

$$= 2^7,$$

$$\therefore 2k-1 = 7,$$

$$\therefore k = 4.$$

23. (1) $\because \frac{\sin C}{AB} = \frac{\sin A}{BC},$

$$\therefore \sin C = \frac{\sin A}{BC} \cdot AB$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

(2) 由题意知, $C < 90^\circ,$

$$\text{故 } \cos C = \sqrt{1-\sin^2 C}$$

$$= \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

$$= \frac{\sqrt{6}}{3},$$

$$\sin B = \sin[180^\circ - (A+C)]$$

$$= \sin(A+C)$$

$$= \sin A \cos C + \cos A \sin C$$

$$= \frac{3+\sqrt{6}}{6},$$

$$\therefore AC = \frac{BC}{\sin A} \cdot \sin B = \sqrt{3} + \sqrt{2}.$$

24. (1) $f'(x) = 3x^2 + 2x - 5$, 令 $f'(x) = 0$, 得: $x_1 =$

$$1, x_2 = -\frac{5}{3},$$

当 $x > 1$ 或 $x < -\frac{5}{3}$ 时, $f'(x) > 0$;

当 $-\frac{5}{3} < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$.

故 $f(x)$ 的单调增区间为 $(-\infty, -\frac{5}{3})$ 和

$(1, +\infty)$, 单调减区间为 $(-\frac{5}{3}, 1)$.

(2) $f(-\frac{5}{3}) > 0, f(1) < 0$.

$\therefore f(x)$ 有 3 个零点.

25. (1) 由题意可知, $a = 2, c = \sqrt{3},$

$$\therefore b = \sqrt{a^2 - c^2} = 1,$$

$\therefore$ 椭圆的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(2) $\begin{cases} |PF_1| + |PF_2| = 2a = 4, \\ |PF_1| - |PF_2| = 2, \end{cases}$

解得: $|PF_1| = 3, |PF_2| = 1,$

由余弦定理可得:

$$\cos \angle F_1PF_2 =$$

$$\frac{|PF_1|^2 + |PF_2|^2 - |F_1F_2|^2}{2|PF_1||PF_2|}$$

$$= \frac{3^2 + 1^2 - (2\sqrt{3})^2}{2 \times 3 \times 1}$$

$$= -\frac{1}{3}.$$