

第十六章 多面体和旋转体

本章要求

- (1) 了解直棱柱和正棱柱的概念, 性质, 会计算体积。
- (2) 了解棱锥和正棱锥的概念, 性质, 会计算体积。
- (3) 了解球的概念, 性质, 会计算面积和体积。

内容提要

一、棱柱

1 定义 (忽略)

2 表面积 = 侧面积 + 底面积

3 体积 = 底面积 $\times$ 高

二、棱锥:

1 定义 (忽略)

2 椎体体积 = $\frac{1}{3} \times$ 底面积 $\times$ 高

三、球

1 定义 (忽略)

2 表面积和体积

表面积公式 $S = 4\pi R^2$

体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$

例题 1 已知一个球的表面积是 16π , 则体积是

- A $4\pi/3$ 【2018 年真题】
B $8\pi/3$
C $16\pi/3$
D $32\pi/3$

【答案】D

【解析】

$$16\pi = 4\pi R^2 \Rightarrow R = 2$$

$$V = \frac{4}{3}\pi 2^3 = \frac{32\pi}{3}$$

例题 2 已知正六棱锥的底面边长是 3, 则棱长是 5, 则该六棱锥的体积是

【2016 年真题】

A; $18\sqrt{3}$; B; $\sqrt{3}$; C; $9\sqrt{3}$; D; $3\sqrt{3}$

【答案】A

【解析】

$$\text{底面积} = 6 \times \frac{3 \times 3 \sin 60}{2} = \frac{27\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{高} = \sqrt{25-9} = 4$$

$$V = \frac{1}{3} \times 4 \times \frac{27\sqrt{3}}{2} = 18\sqrt{3}$$

例题3 已知一个球的体积是 $32\pi/3$ ，则表面积是

A 16π 【2014年真题】

B 8π

C 4π

D 32π

【答案】A

【解析】

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{32\pi}{3} \Rightarrow R = 2$$

$$S = 4\pi R^2 = 16\pi$$

例4 如果把地球看成一个球体，则地球上的北纬 60° 纬线长和赤道长的比值为（ ）

A 0.8

B 0.75

C 0.5

D 0.25

【答案】C

【解析】 $2\pi \cdot (1/2)R / 2\pi R = 0.5$

例5

正方体的内切球与其外接球的体积之比为()

(A) $1:\sqrt{3}$

(B) $1:3$

(C) $1:3\sqrt{3}$

(D) $1:9$

【答案】C

【解析】

$$\frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}\right)^3}{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

例题6 长方体的全面积是 11,所有棱的长度之和是 24, 则这个长方体的一条对角线长为

$$A; 2\sqrt{3}; B; \sqrt{14}; C; 5; D; 6$$

【答案】C

【解析】

$$2(ab + ac + bc) = 11$$

$$4(a + b + c) = 24$$

$$\Rightarrow a + b + c = 6$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + ac + bc) = 36$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 25 \Rightarrow \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 5$$

例题 7 已知正三棱锥体积是 3，底面边长是 $2\sqrt{3}$ 则该三棱锥的高是

$$A; 3; B; \sqrt{3}; C; \frac{\sqrt{3}}{2}; D; \frac{\sqrt{3}}{3}$$

【答案】B

【解析】

$$3 = \frac{1}{3}h \frac{2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \sin 60}{2}$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{3}$$

例题 8 长方体有一个公共顶点的三个面的面积分别为 4, 8, 18，则体积是

$$A; 12; B; 24; C; 36; D; 48$$

【答案】B

【解析】

$$\begin{cases} ab = 4 \\ bc = 8 \\ ac = 18 \end{cases} \Rightarrow a^2 b^2 c^2 = 576$$

$$\Rightarrow abc = 24 = V$$

例题 9 已知球的一个截面积是 9π ，这个截面到球心的距离是 4，则该球的表面积是

【答案】 100π

【解析】

$$\pi r^2 = 9\pi \Rightarrow r = 3$$

$$R = \sqrt{16 + 9} = 5$$

$$S = 4\pi \times 25 = 100\pi$$

例题 10 一个球膨胀后，球面的面积增大到原来的 4 倍，则球的体积增大到原来的（ ）倍

【答案】8

【解析】

$$4\pi R^2 \rightarrow 16\pi R^2 = 4\pi R'^2 \Rightarrow R' = 2R$$

$$\frac{4}{3}\pi R^3 \rightarrow \frac{4}{3}\pi (2R)^3 = \frac{4}{3}\pi 8R^3$$

增大了8倍