

绝密★启用前

2014 年成人高等学校招生全国统一考试专升本

高等数学(二)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 150 分钟.

题号	一	二	三	总分	统分人签字
分数					

第 I 卷(选择题,共 40 分)

得分	评卷人

一、选择题(1~10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} =$ 【 】

- A. 0 B. 1 C. 2 D. ∞

2. 设函数 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处可导,且 $f'(1) = 2$,则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x} =$ 【 】

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

3. $d(\sin 2x) =$ 【 】

- A. $2\cos 2x dx$ B. $\cos 2x dx$ C. $-2\cos 2x dx$ D. $-\cos 2x dx$

4. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 连续且不恒为零,则下列各式中不恒为零的是 【 】

- A. $f(b) - f(a)$ B. $\int_a^b f(x) dx$ C. $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ D. $\int_a^x f(t) dt$

5. 设 $f(x)$ 为连续函数,且 $\int_0^x f(t) dt = x^3 + \ln(x+1)$,则 $f(x) =$ 【 】

- A. $3x^2 + \frac{1}{x+1}$ B. $x^3 + \frac{1}{x+1}$ C. $3x^2$ D. $\frac{1}{x+1}$

6. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 连续,且 $I(u) = \int_a^u f(x) dx - \int_a^u f(t) dt, a < u < b$,则 $I(u)$ 【 】

- A. 恒大于零 B. 恒小于零 C. 恒等于零 D. 可正,可负

7. 设二元函数 $z = x^y$,则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ 【 】

- A. x^y B. $x^y \ln y$ C. $x^y \ln x$ D. yx^{y-1}

8. 设函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 连续,则曲线 $y = f(x)$ 与直线 $x = a, x = b$ 及 x 轴所围成的平面图形的面积为 【 】

- A. $\int_a^b f(x) dx$ B. $-\int_a^b f(x) dx$ C. $\int_a^b |f(x)| dx$ D. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|$

9. 设二元函数 $z = x \cos y$,则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ 【 】

- A. $x \sin y$ B. $-x \sin y$ C. $\sin y$ D. $-\sin y$

10. 设事件 A, B 相互独立, A, B 发生的概率分别为 0.6, 0.9,则 A, B 都不发生的概率为 【 】

- A. 0.54 B. 0.04 C. 0.1 D. 0.4

第 II 卷(非选择题,共 110 分)

得分	评卷人

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11. 函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$ 的间断点为 $x =$ _____.

12. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{3x} - 1, & x \geq 0, \\ a, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续,则 $a =$ _____.

13. 设 $y = \sin(2x+1)$,则 $y'' =$ _____.

14. 函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ 的单调增区间为 _____.

15. 曲线 $y = e^x + x^2$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线斜率为 _____.

16. 设 $f'(x)$ 为连续函数,则 $\int f'(x) dx =$ _____.

17. $\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1) dx =$ _____.

18. $\int_0^1 (2x-1)^5 dx =$ _____.

19. 设二元函数 $z = e^{\frac{1}{x+y}}$,则 $\frac{\partial z}{\partial y} =$ _____.

20. 设二元函数 $z = x^3 y^2$,则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21 ~ 28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2}$.

22. (本题满分 8 分)

已知 $x = -1$ 是函数 $f(x) = ax^3 + bx^2$ 的驻点,且曲线 $y = f(x)$ 过点 $(1,5)$,求 a, b 的值.

23. (本题满分 8 分)

计算 $\int \frac{x^3}{x-1} dx$.

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int_1^e \ln x dx$.

25. (本题满分 8 分)

设 $y = y(x)$ 是由方程 $e^y + xy = 1$ 所确定的隐函数,求 $\frac{dy}{dx}$.

26. (本题满分 10 分)

设曲线 $y = \sin x (0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$, x 轴及直线 $x = \frac{\pi}{2}$ 所围成的平面图形为 D . 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 内求一点 x_0 ,使直线 $x = x_0$ 将 D 分为面积相等的两部分.

密 封 线 内 不 要 答 题

27. (本题满分 10 分)

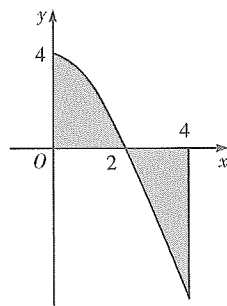
设 50 件产品中, 45 件是正品, 5 件是次品. 从中任取 3 件, 求其中至少有 1 件是次品的概率(精确到 0.01).

28. (本题满分 10 分)

设曲线 $y = 4 - x^2 (x \geq 0)$ 与 x 轴, y 轴及直线 $x = 4$ 所围成的平面图形为 D (如图中阴影部分所示).

(1) 求 D 的面积 S ;

(2) 求图中 x 轴上方的阴影部分绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积 V .



参考答案及解析

一、选择题

1. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了特殊极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ 的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} (\frac{\sin x}{x})^2 = 1$.

2. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了利用导数定义求极限的知识点.

【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{x} = -\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1-x) - f(1)}{1-x-1} = -f'(1) = -2$.

3. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了一元函数的微分的知识点.

【应试指导】 设 $y = \sin 2x$, 则 $y' = 2\cos 2x$, 故 $d(\sin 2x) = 2\cos 2x dx$.

4. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了导数的性质的知识点.

【应试指导】 设 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上的原函数为 $F(x)$. A 项, $[f(b) - f(a)]' = 0$; B 项, $[\int_a^b f(x) dx]' = [F(b) - F(a)]' = 0$; C 项, $[\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)]' = [f(a)]' = 0$; D 项, $[\int_a^x f(t) dt]' = f(x)$. 故 A、B、C 项恒为常数, D 项不恒为常数.

5. 【答案】 A

【考情点拨】 本题考查了变上限积分的导数的知识点.

【应试指导】 $f(x) = [\int_0^x f(t) dt]' = [x^3 + \ln(x+1)]' = 3x^2 + \frac{1}{x+1}$.

6. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了定积分的性质的知识点.

【应试指导】 因定积分与积分变量所用字母无关, 故 $I(u) = \int_a^u f(x) dx - \int_a^u f(t) dt = \int_a^u f(x) dx + \int_u^a f(x) dx = \int_a^a f(x) dx = 0$.

7. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了二元函数的偏导数的知识点.

【应试指导】 因 $z = x^y$, 故 $\frac{\partial z}{\partial y} = x^y \ln x$.

8. 【答案】 C

【考情点拨】 本题考查了定积分的几何意义的知识点.

【应试指导】 由定积分的几何意义知, 本题选 C.

9. 【答案】 D

【考情点拨】 本题考查了二元函数的二阶偏导数的知识点.

【应试指导】 $z = x \cos y$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} = \cos y$, 故 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = -\sin y$.

10. 【答案】 B

【考情点拨】 本题考查了独立事件的概率的知识点.

【应试指导】 事件 A, B 相互独立, 则 $\bar{A}, \bar{B}$ 也相互独立, 故 $P(\bar{A}\bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B}) = (1-0.6) \times (1-0.9) = 0.04$.

二、填空题

11. 【答案】 1

【考情点拨】 本题考查了函数的间断点的知识点.

- 【应试指导】 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处无定义,故 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处不连续,则 $x = 1$ 是函数 $f(x)$ 的间断点.
- 12.【答案】 0
- 【考情点拨】 本题考查了 分段函数的连续性的知识点.
- 【应试指导】 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = a$,因 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处连续,故 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0)$,即 $a = f(0) = 0$.
- 13.【答案】 $-4\sin(2x+1)$
- 【考情点拨】 本题考查了 一元函数的高阶导数的知识点.
- 【应试指导】 $y = \sin(2x+1)$,则 $y' = 2\cos(2x+1)$,则 $y'' = -4\sin(2x+1)$.
- 14.【答案】 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$
- 【考情点拨】 本题考查了 函数的单调性的知识点.
- 【应试指导】 $f(x) = x + \frac{1}{x} (x \neq 0)$,则 $f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2} = \frac{(x+1)(x-1)}{x^2}$.令 $f'(x) > 0$,则 $x < -1$ 或 $x > 1$,即 $f(x)$ 的单调增区间 为 $(-\infty, -1), (1, +\infty)$.
- 15.【答案】 1
- 【考情点拨】 本题考查了 导数的几何意义的知识点.
- 【应试指导】 曲线在点 $(0, 1)$ 处的切线斜率 $k = y' \Big|_{x=0} = (e^x + 2x) \Big|_{x=0} = 1$.
- 16.【答案】 $f(x) + C$
- 【考情点拨】 本题考查了 不定积分的性质的知识点.
- 【应试指导】 由不定积分 的性质知, $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
- 17.【答案】 2
- 【考情点拨】 本题考查了 定积分的性质的知识点.
- 【应试指导】 $\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1) dx = \int_{-1}^1 x^3 \cos x dx + 2$. 因为函数 $f(x) = x^3 \cos x$ 在 $[-1, 1]$ 上为奇函数,故 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 0$,即 $\int_{-1}^1 (x^3 \cos x + 1) dx = 2$.
- 18.【答案】 0
- 【考情点拨】 本题考查了 定积分的计算的知识点.
- 【应试指导】 $\int_0^1 (2x-1)^6 dx = \frac{1}{12} (2x-1)^6 \Big|_0^1 = 0$.
- 19.【答案】 $-\frac{1}{(x+y)^2} e^{\frac{1}{x+y}}$
- 【考情点拨】 本题考查了 二元函数的偏导数的知识点.
- 【应试指导】 $z = e^{\frac{1}{x+y}}$,则 $\frac{\partial z}{\partial y} = e^{\frac{1}{x+y}} \left(\frac{1}{x+y} \right)' = -\frac{1}{(x+y)^2} e^{\frac{1}{x+y}}$.
- 20.【答案】 $6x^2 y$
- 【考情点拨】 本题考查了 二元函数的二阶偏导数的知识点.
- 【应试指导】 $z = x^3 y^2$,则 $\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 y^2$,故 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 6x^2 y$.

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2e^x + 1}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} (2e^{2x} - e^x) \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22. f'(x) &= 3ax^2 + 2bx. \\ \text{由 } f'(-1) &= 0, \text{得 } 3a - 2b = 0. \quad \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$\text{曲线 } y = f(x) \text{ 过点 } (1, 5), \text{故 } a + b = 5. \quad \textcircled{2}$$

$$\text{由 } \textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 得 } a = 2, b = 3.$$

$$\begin{aligned} 23. \int \frac{x^3}{x-1} dx &= \int \frac{x^3 - 1 + 1}{x-1} dx \\ &= \int (x^2 + x + 1 + \frac{1}{x-1}) dx \\ &= \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x + \ln |x-1| + C. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24. \int_1^e \ln x dx &= x \ln x \Big|_1^e - \int_1^e dx \\ &= e - x \Big|_1^e \\ &= 1. \end{aligned}$$

$$25. \text{方程 } e^y + xy = 1 \text{ 两边对 } x \text{ 求导,得}$$

$$e^y \frac{dy}{dx} + y + x \frac{dy}{dx} = 0.$$

$$\text{于是 } \frac{dy}{dx} = -\frac{y}{e^y + x}.$$

$$\begin{aligned} 26. \text{依题意有 } \int_0^{x_0} \sin x dx &= \int_{x_0}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx, \text{即} \\ -\cos x \Big|_0^{x_0} &= -\cos x \Big|_{x_0}^{\frac{\pi}{2}}, \\ 1 - \cos x_0 &= \cos x_0, \\ \cos x_0 &= \frac{1}{2}, \\ \text{得 } x_0 &= \frac{\pi}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 27. \text{设 } A &= \{3 \text{ 件产品中至少有 } 1 \text{ 件次品}\}, \\ \text{则 } \bar{A} &= \{3 \text{ 件产品都为正品}\}. \\ \text{所以 } P(A) &= 1 - P(\bar{A}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 1 - \frac{C_{45}^3}{C_{50}^3} \\ &\approx 0.28. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28. (1) \text{面积 } S &= \int_0^2 (4-x^2) dx - \int_2^4 (4-x^2) dx \\ &= \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^2 - \left(4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_2^4 \\ &= 16. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \text{体积 } V &= \pi \int_0^4 x^2 dy \\ &= \pi \int_0^4 (4-y) dy \\ &= \pi \left(4y - \frac{1}{2} y^2 \right) \Big|_0^4 \\ &= 8\pi. \end{aligned}$$