

附录四

2022 年成人高等学校招生全国统一考试

高等数学(二)试卷

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 150 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 设函数 $f(x) = \sin x$, $g(x) = x^2$, 则 $f(g(x))$ ()

- A. 是奇函数但不是周期函数
B. 是偶函数但不是周期函数
C. 既是奇函数又是周期函数
D. 既是偶函数又是周期函数

2. 若 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+ax)^2 - 1}{x} = 2$, 则 $a =$ ()

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

3. 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, $g(x)$ 在 $x=0$ 处不连续, 则在 $x=0$ 处 ()

- A. $f(x)g(x)$ 连续
B. $f(x)g(x)$ 不连续
C. $f(x)+g(x)$ 连续
D. $f(x)+g(x)$ 不连续

4. 设 $y = \arccos x$, 则 $y' =$ ()

- A. $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
B. $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
C. $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
D. $-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

5. 设 $y = \ln(x + e^{-x})$, 则 $y' =$ ()

- A. $\frac{1+e^{-x}}{x+e^{-x}}$
B. $\frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$
C. $\frac{1}{1-e^{-x}}$
D. $\frac{1}{x+e^{-x}}$

6. 设 $y^{(n-2)} = x^2 + \sin x$, 则 $y^{(n)} = (\quad)$
 A. $2 - \sin x$ B. $2 - \cos x$ C. $2 + \sin x$ D. $2 + \cos x$
7. 若函数 $f(x)$ 的导数 $f'(x) = -x + 1$, 则 $(\quad)$
 A. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递减 B. $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 单调递增
 C. $f(x)$ 在 $(-\infty, 1)$ 单调递增 D. $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 单调递增
8. 曲线 $y = \frac{2x}{x-1}$ 的水平渐近线方程为 $(\quad)$
 A. $y = 0$ B. $y = 1$ C. $y = 2$ D. $y = 3$
9. 设函数 $f(x) = \arctan x$, 则 $\int f'(x) dx = (\quad)$
 A. $\arctan x + C$ B. $-\arctan x + C$
 C. $\frac{1}{1+x^2} + C$ D. $-\frac{1}{1+x^2} + C$
10. 设 $z = e^{x+y}$, 则 $dz \Big|_{(1,1)} = (\quad)$
 A. $dx + dy$ B. $dx + edy$
 C. $edx + dy$ D. $e^2 dx + e^2 dy$

第Ⅱ卷 非选择题 (共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x + x}{2e^x - x} = \underline{\hspace{2cm}}.$
12. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 函数 $f(x)$ 是 x 是高阶无穷小量, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$
13. 设 $y = 3x^2 + \ln 3$, 则 $y' = \underline{\hspace{2cm}}.$
14. 曲线 $y = x + \sqrt{x}$ 在点 $(1, 2)$ 处的法线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$
15. $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{x \cos x}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$
16. $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$
17. 设函数 $f(x) = \int_0^x u \tan u du$, 则 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

18. 设 $z = x^3y + xy^3$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ _____.

19. 设函数 $z = f(u, v)$ 具有连续偏导数, $u = x + y, v = xy$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

20. 设 A, B 为两个随机事件, 且 $P(A) = 0.5, P(AB) = 0.4$, 则 $P(B|A) =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题, 共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本小题满分 8 分)

设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin ax}{x}, & x < 0, \\ x+2, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 求 a .

22. (本小题满分 8 分)

设 $y = \frac{x}{1-x}$, 求 y' .

23. (本小题满分 8 分)

求 $\int \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx$.

24.(本小题满分 8 分)

计算 $\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx$.

25.(本小题满分 8 分)

设离散型随机变量 X 的概率分布为

X	0	1	2
P	0.3	0.5	0.2

(1)求 X 的分布函数 $F(x)$;

(2)求 $E(X)$.

26.(本小题满分 10 分)

设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $2y^2+2xz+z^2=1$ 所确定的隐函数,求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

27.(本小题满分 10 分)

设 D 为由曲线 $y=x^2$, $y=0$, $x=2$ 所围成的图形.

(1)求 D 的面积;

(2)求 D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

28.(本小题满分 10 分)

证明:当 $x>1$ 时, $\ln x < x-1$.



参考答案

一、选择题

1.B 2.A 3.D 4.B 5.B 6.A 7.C 8.C 9.A 10.D

二、填空题

11. -1 12. 0 13. $6x$ 14. $2x+3y-8=0$

15. 0 16. $\sqrt{2}-1$ 17. $\frac{\pi}{4}$ 18. $3x^2+3y^2$

19. $\frac{\partial f}{\partial u} + y \frac{\partial f}{\partial v}$ 20. 0.8

三、解答题

21. 解: 因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 所以 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = f(0) = 2$.

由于 $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\sin ax}{x} = a$, 所以 $a = 2$.

$$\begin{aligned} 22. \text{解: } y' &= \frac{1-x-x \cdot (-1)}{(1-x)^2} \\ &= \frac{1}{(1-x)^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23. \text{解: } \int \frac{1}{(x+1)(x+2)} dx &= \int \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) dx \\ &= \ln |x+1| - \ln |x+2| + C \\ &= \ln \left| \frac{x+1}{x+2} \right| + C. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24. \text{解: } \int_1^{+\infty} \frac{1}{x^4} dx &= \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_1^b x^{-4} dx \\ &= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left. \frac{-x^{-3}}{3} \right|_1^b \\ &= \lim_{b \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{3b^3} \right) \\ &= \frac{1}{3}. \end{aligned}$$

$$25. \text{解: } (1) F(x) = P\{X \leq x\} = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0.3, & 0 \leq x < 1, \\ 0.8, & 1 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$(2) E(X) = 0 \times 0.3 + 1 \times 0.5 + 2 \times 0.2 = 0.9.$$

26. 解: 方程两边分别对 x 和 y 求偏导数得

$$2z + 2x \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + 2z \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0,$$

$$4y + 2x \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + 2z \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

$$\text{解得 } \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{z}{x+z}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2y}{x+z}.$$

27. 解: (1) D 的面积

$$S = \int_0^2 x^2 dx = \left. \frac{x^3}{3} \right|_0^2 = \frac{8}{3}.$$

(2) D 绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积

$$V = \int_0^2 \pi (x^2)^2 dx = \left. \frac{\pi x^5}{5} \right|_0^2 = \frac{32\pi}{5}.$$

$$28. \text{解: 设 } f(x) = x - 1 - \ln x, \text{ 则 } f'(x) = -1 - \frac{1}{x}.$$

当 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 单调递增.

又因为 $f(x)$ 在 $x=1$ 处连续, 且 $f(1)=0$, 所以当 $x > 1$ 时, $f(x) > 0$.

因为当 $x > 1$ 时, $x - 1 - \ln x > 0$, 即 $\ln x < x - 1$.