

成人高考《高等数学（二）》考试重点及答题技巧

简答题

<1>求极限题

如果：将 $x \rightarrow$ 的值 代入到式子中。得到的是 $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ 。能够利用洛必达法则求解：式子必须为 $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ 形式。

不是这种形式的必要转化成这种形式：可以通过通分转化，在判断为 $\frac{0}{0}$ 或 $\frac{\infty}{\infty}$ 。

解：第一步：由洛必达法则： $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ ($f'(x), g'(x)$ 分别为 $f(x), g(x)$ 的导数) 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个数字）

例：
$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x - \sin x)'}{(x^3)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(1 - \cos x)'}{(3x^2)'} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{6x} = \frac{1}{6}$$

如果：将 $x \rightarrow$ 的值 代入到式子中。得到的是 1^∞ ，利用 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)[f(x)-1]}$ 求解。

解：第一步：由洛必达法则： $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)^{g(x)} = e^{\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)[f(x)-1]}$ 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个数字）

记住：（1） $x \rightarrow x_0$ 时： $x \sim \sin x \sim \ln(1+x) \sim \arcsin x \sim \arctan x \sim e^x - 1 \sim \tan x$

（2） $x \rightarrow x_0$ 时： $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2, (1+x)^u \sim ux$

（3）
$$\begin{aligned} (\sin x)' &= \cos x & (\ln x)' &= \frac{1}{x} \\ (\cos x)' &= -\sin x & (e^x)' &= e^x \end{aligned}$$

<2>导数运用问题

题目中要你求 y', dy 、函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 中的某几个字母的值、极值、单调区间、凹凸性（再对 $f'(x)$ 求一次导数得： $f''(x)$ ）

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：第一步：由公式 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ，则 $f'(x)=3ax^2+2bx+c$ 知（题目中给出了具体的 a, b, c, d 值）

第二步：根据所求代入数值

第三步：得出结果：要求的答案（乱写）

<3>不定积分：求 $\int f(x)dx$ 的题目

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：(1):如果题目出现 “ $\int f(x)dx$ 形式的式子，”

第一步：由公式 $\int f[\varepsilon(x)]\varepsilon'(x)dx = \int f[\varepsilon(x)]d\varepsilon(x) = F[\varepsilon(x)] + C$ 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个式子）

<4> 定积分：求 $\int_a^b f(x)dx$ 的题目

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：(1):如果题目出现 “ $\int_a^b f(x)dx$ 形式的式子，”

第一步：由公式 $\int_a^b f[\varepsilon(x)]\varepsilon'(x)dx = \int_a^b f[\varepsilon(x)]d\varepsilon(x) = F[\varepsilon(x)] \Big|_a^b$ 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个数字）

(2) 题目中要求面积：考试时按照 (1) 中的写法去抄。

<5>概率方面的题目

(1) 明白“至少、至多”的意思：“至少”：就是大于等于；“至多”：就是小于等于。

(2) 明白“数学期望 $E(x)$ ”的意思：可以理解为平均数。

	X	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
(P 为概率, 之和为 1)	P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄

那么数学期望 $E(x)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+x_4p_4$

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

第一种题：若题目中出现事件只有“能和不能”、“是和不是”两种可能或者“有放回抽取”。

解：(1) 由公式： $P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=0,1,2,3,\dots,n)$ 知。

再由题意可知：x=（根据题目意思写出来）

x 有几个值，写几次这个公式 $P(X=k)=C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$ ，分别写上结果，结果为零点几（随便写，加起来等于 1）

(2) 由 (1) 可知

X	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄

因此数学期望 $E(x)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+x_4p_4=$ （具体数字，乱写）

第二种题：若题目中要求的有具体的数字，“几次”、“几个”、“无放回抽取”。

解：(1) 由公式： $P(X=k)=\frac{C_k^i \cdot C_{n-k}^k}{C_n^{n-k}}$ 知。

再由题意可知：x=（根据题目意思写出来）

x 有几个值，写几次这个公式 $P(X=k)=\frac{C_k^i \cdot C_{n-k}^k}{C_n^{n-k}}$ ，分别写上结果，结果为零点几（随便写，加起来等于 1）

(2) 由 (1) 可知

X	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄
P	P ₁	P ₂	P ₃	P ₄

因此数学期望 $E(x)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+x_4p_4=$ （具体数字，乱写）

以下为利用做题技巧实际答题的模板（大家考试前对着做题技巧抄写几套试卷），以考试真题为例。

得分	评卷人

三、解答题(21~28题,共70分.解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分8分)

本题用不定积分,定积分的做题技巧

计算 $\int x \sin x dx$.

解:由公式 $\int f(x) g(x) dx = \int f(x) d[g(x)] = f(x)g(x) - \int g(x) f'(x) dx$

$$\int x \sin x dx = -\int \sin x dx^2 = x^2 \sin x - \int x^2 d \sin x$$

$$\text{解得: } \int x \sin x dx = x \sin x + \cos x + C$$

22. (本题满分8分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2 \sin^2 x}$. 本题用求极限的做题技巧.

解:由洛必达法则: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 知

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2 \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 2x}{4 \sin x \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 2}{4 \cos x}$$

$$\text{解得: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2 \sin^2 x} = \frac{1}{2}$$

23. (本题满分8分)

已知函数 $f(x) = e^x \cos x$, 求 $f''(\frac{\pi}{2})$. 本题用导数,偏导数的做题技巧

解:由公式: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 则: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 知

$$f(x) = e^x \cos x = x^3 + 4x^2 + x$$

$$\text{解得: } f'(x) = 3x^2 + 8x + 1, \text{ 即: } f'(\frac{\pi}{2}) = 6$$

24. (本题满分8分)

计算 $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx$. 本题用定积分,不定积分的做题技巧

解:由公式 $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(x) d[x] = f(x)[x]_a^b$

$$\int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx = \int_0^1 \sqrt[3]{1+x} d(x+1) = \frac{3}{4} (x+1)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^1$$

$$\text{解得: } \int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx = 2$$

25. (本题满分8分)

设 D 为曲线 $y = \sqrt{x}$, 直线 $x = 4$, x 轴围成的有界区域, 求 D 绕 y 轴旋转一周所得旋转体的体积.

本题无对应的做题技巧, 暂不做展示.

26. (本题满分10分)

求函数 $z = x^2 + 2y^4 + 4xy^2 - 2x$ 的极值. 本题用导数,偏导数的做题技巧

解:由公式: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 则: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 知

$$f'(x) = 2x + 4x^2y^3 + 8xy - 2x^2 \quad (1)$$

$$f'(y) = 8y^3 + 8xy^2 \quad (2)$$

$$\text{由(1)(2)知: } x=1, y=2$$

$$\text{函数 } z = x^2 + 2y^4 + 4xy^2 - 2x \text{ 的极值为 } (1, 2)$$

关于数学做题的几点建议:

- (1) 关于高数的选择题: 1 遇到选项为数字时, 第一个方法可以将选项代入到题目中看是否能成立, 第二个方法排除掉最大值和最小值, 剩余两项凭感觉二选一; 2 遇到一些判定的题目时, 如果选项中出现意思很绝对的词, 比如说出现“一定”“肯定”这样的答案一般是错误的, 先排除掉, 剩下的再凭感觉; 3 稍微有些基础的不要选择一个选项, 一般在没有任何把握的情况下全部选 C 或者 D 选项; 4 根据四个选项进行对比, 排除错误很明显的, 或者差异性大的一项。
- (2) 关于高数的填空题: 遇到答案填具体数字的: 写“-1、1 或 2、1/2 等”, 遇到答案写方程“ $y=x-1$ 或 $y=x-3$ 或 $y=x+1$ ”等等

第 II 卷 (非选择题, 共 110 分)

得分	评卷人

二、填空题 (11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. 设函数 $y = e^{2x}$, 则 $dy = 2e^{2x} dx$
12. 函数 $f(x) = x^3 - 6x$ 的单调递减区间为 $(-1, 1)$
13. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 0, \\ a + \sin x, & x > 0, \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a = -2$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2} = 1$
15. $\int (3x + 2\sin x) dx = \frac{3}{2}x^2 - 2\cos x + C$
16. 曲线 $y = \arctan(3x + 1)$ 在点 $(0, \frac{\pi}{4})$ 处切线的斜率为 1
17. $(\int_0^{2\pi} \sin^2 t dt)' = 2\sin 4x$
18. $\int_{-\infty}^1 e^x dx = 1$
19. 区域 $D = \{(x, y) \mid 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq x^2\}$ 的面积为 $\frac{7}{3}$
20. 方程 $y^3 + \ln y - x^2 = 0$ 在点 $(1, 1)$ 的某邻域确定隐函数 $y = y(x)$, 则 $\frac{dy}{dx} \Big|_{x=1} = 1$

27. (本题满分 10 分)

求曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ 的凹凸区间与拐点.

本题用导数、偏导数的做题技巧

解: 由公式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 则 $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 知.

$$y' = 6x^2 - 6x + 2, \quad y'' = 12x - 6.$$

$$\text{由 } y' = 0, \quad y'' = 0 \text{ 知: } x_1 = 1, \quad y_1 = 2$$

凹凸区间为 $(-\infty, 1), (1, 2), (2, +\infty)$

拐点为 $(1, 1)$

28. (本题满分 10 分)

已知离散型随机变量 X 的概率分布为

X	-1	0	2
P	a	0.5	b

且 $E(X) = 0$.

(1) 求 a, b ;

(2) 求 $E[X(X+1)]$.

解: 由公式: $P(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} (k=1, 2, 3, \dots)$ 知

$$P(X=-1) = C_n^1 a^1 (1-a)^{n-1} = 0.2$$

$$P(X=2) = C_n^2 b^2 (1-b)^{n-2} = 0.3$$

$$\text{又: } \sum P(X=k) = 1 \text{ 知: } a=0.2, \quad b=0.3$$

$$\text{(2) 由 (1) 知 } \begin{array}{c|ccc} X & -1 & 0 & 2 \\ \hline P & 0.2 & 0.5 & 0.3 \end{array}$$

$$E[X(X+1)] = (-1)(0) \cdot 0.2 + (0)(1) \cdot 0.5 + (2)(3) \cdot 0.3 = 0.4$$