

成人高考《高等数学（专升本）》

考前押题卷（一）

一、单项选择题 每小题 7 分，共 84 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时， $x^2 - \sin x$ 是 x 的 ().

- A、高阶无穷小量
- B、等价无穷小量
- C、同阶无穷小量，但不是等价无穷小量
- D、低阶无穷小量

正确答案：

C

答案解析：

本题考查无穷小的比较.

当 $x \rightarrow 0$ 时， $\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$ ， $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - \sin x) = 0$ ；且 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - \sin x}{x} =$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - \cos x}{1} = -1$ ，所以 $x^2 - \sin x$ 是 x 的同阶无穷小量，但不是等价

无穷小量，故选 C.

2.

设 $f'(1)=1$ ，则 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} =$ ()

- A、-1
- B、0
- C、1/2
- D、1

正确答案：

C

答案解析：

本题考查导数定义求极限的知识点.

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left[\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \cdot \frac{1}{x + 1} \right] = \frac{1}{2} f'(1) = \frac{1}{2}$ ，故选 C.

3.

设 $f(x) = e^{2x-1} + 5x$ ，则 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的二阶导数 $f''(1)$ 等于 ().

- A、0

B、 e^{-1}

C、 $4e^{-1}$

D、 $4e$

正确答案:

B

答案解析:

本题考查二阶导数. $f'(x)=2e^{2x-1}+5$, $f''(x)=4e^{2x-1}$, 所以当 $x=1$ 时, $f''(1)=4e$ 只有 D 选项符合, 故选 D

4.

微分方程 $y''=y'$ 的通解是().

A、 $y=C_1x+C_2ex$

B、 $y=C_1+C_2ex$

C、 $y=C_1x+C_2x^2$

D、 $y=C_1+C_2x$

正确答案:

B

答案解析:

本题考查微分方程. $y''=y'$ 为二阶常系数齐次线性微分方程, 特征方程为 $r^2 - r = 0$, 解得 $r_1=0, r_2=1$, 因此, 通解为 $y=C_1 + C_2e^x$, 故选 B.

5.

$$\int_0^1 xe^{-x} dx = (\quad)$$

A、1

B、 $\frac{2}{e} - 1$

C、-1

D、 $1 - \frac{2}{e}$

正确答案:

D

答案解析:

本题考查定积分分部积分法的知识点.

$$\int_0^1 xe^{-x} dx = -\int_0^1 x de^{-x} = -xe^{-x}|_0^1 + \int_0^1 e^{-x} dx = -xe^{-x}|_0^1 - e^{-x}|_0^1 = 1 - \frac{2}{e},$$

故选 D

6. 设 $\int_a^x f(t) dt = \sin^2 x$, 则 $f(x) = ()$

- A、 $\sin 2x$
- B、 $\sin^2 x$
- C、 $\cos^2 x$
- D、 $-\sin 2x$

正确答案:

A

答案解析:

本题考查变上限积分的知识点.

$$f(x) = \left[\int_a^x f(t) dt \right]' = (\sin^2 x)' = 2\sin x \cos x = \sin 2x$$

7. 若二元函数 $z = \frac{1}{2}x^2y^2$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = ()$

- A、 xy
- B、 $12xy$
- C、 x
- D、 $2xy$

正确答案:

D

答案解析:

本题考查二阶偏导数的知识点.

$$z = \frac{1}{2}x^2y^2, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = xy^2, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2xy$$

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$, 是级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的 $()$

- A、充分条件
- B、必要条件
- C、充分且必要条件
- D、既非充分也非必要

正确答案:

B

答案解析:

本题考查级数收敛的必要条件.

级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的必要条件为 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$. 故选 B

9.过点(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)的平面方程为().

A、 $-x+y+z=1$

B、 $x+y+z=1$

C、 $x-y+z=1$

D、 $x+y-z=1$

正确答案:

B

答案解析:

本题考查平面方程的知识点.

设所求平面方程为 $Ax+By+Cz+D=0$, 由于点 $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$, $(0, 0, 1)$

都在平面上, 则有 $\begin{cases} A+D=0 \\ B+D=0 \\ C+D=0 \end{cases}$, 解得 $A=B=C=-D$, 代入平面方程, 可

得 $x+y+z=1$, 故选 B.

10. 极限 $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = (\quad)$

A、 e^{-2}

B、 e^2

C、2

D、1

正确答案:

D

答案解析:

本题考查洛必达法则的知识点.

若 $\lim f(x)^{g(x)}$ 为“ 0^0 ”, “ ∞^0 ”型, 则函数可做如下指数变形

$$f(x)^{g(x)} = e^{\ln f(x)^{g(x)}} = e^{g(x) \cdot \ln f(x)}.$$

因此, 本题根据上述公式进行指数变形如下,

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{x \ln x} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{\ln x}{\frac{1}{x}}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{-x} = 1, \text{ 故选 D.}$$

11. 设 $f'(x^2) = \frac{1}{x} (x > 0)$, 则 $f(x) = (\quad)$

A、 $\frac{1}{x^2}$

B、 $2(\sqrt{x})+C$

C、 $2\sqrt{x}$

D、 $\frac{1}{2x}$

正确答案:

B

答案解析:

本题考查求原函数的知识点.

令 $x^2=t$, 则 $f'(t)=\frac{1}{\sqrt{t}}$, 因此 $f(t)=\int f'(t)dt=\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt=2(\sqrt{t})+C$, 所以 $f(x)=2(\sqrt{x})+C, x>0$.

12. 设 $y^{(n-3)} = x^3 - \sin x$, 则 $y^{(n-1)} = ()$.

A、 $\cos x$

B、 $4-\sin x$

C、 $\sin x$

D、 $4x+\sin x$

正确答案:

D

答案解析:

本题考查求函数的高阶导数知识点

$$y^{(n-2)} = (y^{(n-3)})' = (x^3 - \sin x)' = 3x^2 - \cos x,$$

$$\text{因此: } y^{(n-1)} = (y^{(n-2)})' = (3x^2 - \cos x)' = 6x + \sin x. \text{ 因此选 D.}$$

二、填空题 每小题 7 分，共 21 分。

1.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = \underline{\hspace{2cm}}$$

参考答案:

12

答案解析:

本题考查洛必达法则“ $\infty-\infty$ ”型的知识点.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$$

2. 设 $y = xe^{-x}$, 则 $y'' = \underline{\hspace{2cm}}$

参考答案:

$$(x-2)e^{-x}$$

答案解析:

本题考查二阶导数求解的知识点.

$$y' = e^{-x} - xe^{-x} = e^{-x}(1-x), \quad y'' = -e^{-x}(1-x) + e^{-x}(-1) = (x-2)e^{-x}$$

3. 曲线 $2x^2+y^2=3$ 在点(1,1)处的切线方程为_____

参考答案:

$$y=-2x+3$$

答案解析:

本题考查导数几何意义的知识点.

$$\text{两边同时求得, } 4x+2yy'=0 \rightarrow y' = -\frac{2x}{y}$$

$$\text{在点(1,1)处, } y'(1,1) = -2. \text{故切线方程为 } y-1 = -2(x-1), \text{即 } y = -2x+3.$$

三、解答题 每小题 15 分，共 45 分。解答应写出推理、演算步骤。

1.

设函数 $z = x^2 \sin y + ye^x$ ，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

参考答案:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x \sin y + ye^x, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2 \sin y + ye^x, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 2x \cos y + e^x$$

答案解析:

暂无

2,

$$\text{设 } f(x) = \begin{cases} 1 + e^{-2x}, & x \leq 0 \\ x^2, & x > 0 \end{cases}, \text{求 } f'(x)$$

参考答案:

当 $x > 0$ 时, $f'(x) = 2x$; 当 $x < 0$ 时, $f'(x) = -2e^{-2x}$; 当 $x = 0$ 时,

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1 + e^{-2x} - 2}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{e^{-2x} - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-2x}{x} = -2;$$

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2 - 2}{x} = \infty, \text{ 所以 } f(x) \text{ 在 } x = 0 \text{ 处不可导.}$$

$$\text{所以 } f'(x) = \begin{cases} -2e^{-2x}, & x < 0 \\ \text{不存在}, & x = 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases}$$

答案解析:

3. 计算积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$, 其中 D 是由圆 $x^2 + y^2 = 3$ 所围成的封闭区域.

用极坐标计算: $D = \{(r, \theta) \mid 0 \leq r \leq \sqrt{3}, 0 \leq \theta \leq 2\pi\}$, 于是

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{\sqrt{3}} r \cdot r \, dr = \sqrt{3} \int_0^{2\pi} d\theta = 2\sqrt{3} \pi$$

参考答案:

答案解析:

暂无