

一、选择题

1.若集合 $A=\{x|-1\leq x<5\}$, $B=\{x\{-2<x<2\}$, 则 $A\cap B=()$

A. $\{x|-1\leq x<2\}$

B. $\{x|-2<x<2\}$

C. $\{x|-2<x<5\}$

D. $\{x|-1\leq x<5\}$ 。

正确答案: A

解析: $A\cap B=\{x|-1\leq x<2\}$ 。

2.已知 $\sin \alpha < 0$ 且 $\tan \alpha < 0$, 则 α 是 ()

A.第一象限角

B.第二象限角

C.第三象限角

D.第四象限角

正确答案: D

解析: 正弦函数值在第三、四象限小于 0, 正切函数值在第二、四象限小于 0。故题中所求角在第四象限。

3.下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为 ()

A. $y=\sin 2x$

B. $y=x^2$

C. $y=\tan x$

D. $y=\cos 3x$

正确答案: D

解析: 选项 A、C 是奇函数, 选项 B 是偶函数, 但不是周期函数, 只有选项 D 既是偶函数又是周期函数。

4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 = ()$

A.31

B.25

C.24

D.13

正确答案: B

解析: 本题主要考查的知识点为对数函数和指数函数的计算。

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 27 - 3 + 1 = 25.$$

5.函数 $y=5\cos 2x-3\sin 2x$ 的最小正周期为 ()

A. 4π

B. 2π

C. π

D. $\pi/2$

正确答案：C

解析：整理得 $y=5\cos 2x-3\sin 2x=5-8\sin 2x=1+4(1-2\sin 2x)=1+4\cos(2x)$ ，故函数的最小正周期为 $T=2\pi/2=\pi$ 。

6. 设甲：函数 $y=k/x$ 的图像经过点 $(1, 3)$ ；

乙： $k=3$ ，

则（）

A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

正确答案：C

解析：由题可知 $\text{甲} \rightarrow \text{乙}$ ，并且 $\text{乙} \rightarrow \text{甲}$ 。故甲是乙的充要条件。

7. 下列函数中，在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是（）

A. $y=x^2+x$

B. $y=\log_{\frac{1}{2}}x$

C. $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$

D. $y=\cos x$

正确答案：A

解析：本题主要考查的知识点为函数的单调性。

A 项中， $y=x^2+x=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{1}{4}$ ，故函数在 $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$ 上是增函数，故函数在 $(0, +\infty)$ 上也是增函数。

8. 不等式 $|x-1|>1$ 的解集为（）

A. $\{x|x>2\}$

B. $\{x|x<0\}$

C. $\{x|0<x<2\}$

D. $\{x|x<0 \text{ 或 } x>2\}$

正确答案：D

解析： $|x-1|>1 \rightarrow x-1>1$ 或 $x-1<-1$ ，即 $x>2$ 或 $x<0$ ，故不等式的解集为 $\{x|x<0 \text{ 或 } x>2\}$ 。

9. 从 5 位工人中选 2 人，分别担任保管员和质量监督员，则不同的选法共有（）

A. 10 种

B. 20 种

C. 60 种

D. 120 种

正确答案：B

解析：从 5 位工人中选出 2 人分别担任保管员和质量监督员的选法共有 $A_{25}^2=5 \times 4=20$ 种。

10. 若 $a > 0, b > 0$, 则 $\log_2 \sqrt{\frac{a}{b}} =$ ()

A. $\frac{1}{2} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

B. $\frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_2 b$

C. $\log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

D. $\frac{1}{2} \log_2 a - \log_2 b$

正确答案：A

解析：本题主要考查的知识点为对数函数的性质。

$$\log_2 \sqrt{\frac{a}{b}} = \log_2 (a \cdot b^{-1})^{\frac{1}{2}} = \log_2 (a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}}) = \log_2 a^{\frac{1}{2}} + \log_2 b^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b.$$

11. 直线 $y=x-2$ 与两坐标轴分别交于 A, B 两点, O 为坐标原点, 则 $\triangle AOB$ 的面积为 ()

A.1

B.2

C.4

D. $4\sqrt{2}$

正确答案：B

解析：

易知 A、B 两点的坐标分别为 $A(2,0), B(0,-2)$, 故 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2.$

12. 甲、乙各进行一次射击, 若甲击中目标的概率是 0.4, 乙击中目标的概率是 0.5, 且甲、乙是否击中目标相互独立, 则甲、乙都击中目标的概率是 ()

A.0.9

B.0.5

C.0.4

D.0.2

正确答案：D

解析：甲、乙都击中目标的概率为 $0.4 \times 0.5=0.2$ 。

13. 双曲线 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的渐近线方程为 ()

A. $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$

B. $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C. $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

D. $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

正确答案：C

解析：本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线。

令 $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$, 得 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$, 即双曲线的渐近线为 $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{x-1}$, 则 $f(2)$ 与 $f(-2)$ 的等差中项等于 ()

A. 1/7

B. 1/6

C. 1/3

D. 2/3

正确答案：C

解析：

$$f(2) = \frac{1}{2-1} = 1, f(-2) = \frac{1}{-2-1} = -\frac{1}{3}, \text{故 } f(2) \text{ 与 } f(-2) \text{ 的等差中项为 } \frac{1}{2}[f(2) + f(-2)] = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{3}\right] = \frac{1}{3}.$$

15. 过抛物线 C: $y^2=4x$ 的焦点作 x 轴的垂线, 交 C 于 A, B 两点, 则 $|AB| = ()$

A. 2

B. 4

C. $4\sqrt{2}$

D. 8

正确答案：B

解析：抛物线的焦点坐标为 (1, 0), 准线方程为 $x=-1$ 。则 A、B 两点的距离为 A 点和 B 点到准线的距离之和, 即 $|AB|=2+2=4$ 。

16. 若向量 $a = (3, 4)$, 则与 a 方向相同的单位向量为 ()

A. (0, 1)

B. (1, 0)

C. $(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

D. $(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$

正确答案：C

解析：本题主要考查的知识点为单位向量的求法。

与向量 a 方向相同的单位向量为 $\frac{a}{|a|} = \frac{(3,4)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ 。

17. 已知函数 $f(x) = ax^3$ 。若 $f'(3) = 9$ ，则 $a =$ ()

A. $\frac{1}{9}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 1

D. 3

正确答案：B

解析：本题主要考查的知识点为函数的导数的求法。

$f'(x) = 3ax^2$ ，故 $f'(3) = 3a \times 3^2 = 27a = 9$ ，因此 $a = \frac{1}{3}$ 。

二、填空题

1. 函数 $y = \frac{\sqrt{1+x}}{x}$ 的定义域为_____。

答案： $\{x|x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\}$

解析：若使函数有意义，则有 $x \neq 0$ ， $1+x \geq 0$ ，故其定义域为 $\{x|x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\}$ 。

2. 已知函数 $f(x) = 2x+1$ ，则 $f(2x) =$ _____。

答案： $4x+1$

解析： $f(2x) = 2 \times 2x+1=4x+1$ 。

3. 圆 $x^2+y^2=5$ 在点 $(1, 2)$ 处切线的方程为_____。

答案： $x+2y-5=0$

解析：

由题可知切点到圆心所在直线的斜率为 $\frac{2}{1} = 2$ ，故切线的斜率为 $-\frac{1}{2}$ ，因此所求切线的方程为 $y-2 = -\frac{1}{2}(x-1)$ ，即 $x+2y-5=0$ 。

4. 若 28，37， x ，30 四个数的平均数为 35，则 $x =$ _____。

答案：45

解析：

由题可知 $\frac{28+37+x+30}{4} = 35$ ，解得 $x = 45$ 。

三、解答题

1. 已知 A，B 为 $\odot O$ 上的两点，且 $AB=3\sqrt{3}$ ， $\angle ABO=30^\circ$ 。求 $\odot O$ 的半径。

解析：设 $\odot O$ 的半径为 r ，则 $OA=OB=r$ 。

在 $\triangle AOB$ 中, $\angle OAB = \angle ABO = 30^\circ$, 所以 $\angle AOB = 120^\circ$.

由余弦定理得 $r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ = (3\sqrt{3})^2$, 解得 $r = 3$.

所以 $\odot O$ 的半径为 3.

2. 已知 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列, 且 a_2, a_6, a_{12} 成等比数列, $a_2 + a_6 + a_{12} = 76$. 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

解析:

设 $\{a_n\}$ 的公差为 d , 则 $d \neq 0$, 且

$$a_2 = a_1 + d, a_6 = a_1 + 5d, a_{12} = a_1 + 11d,$$

$$\text{由题意得} \begin{cases} (a_1 + d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 11d) = 76, \\ (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 11d), \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a_1 = 14, \\ d = 2. \end{cases}$$

所以 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 14 + 2(n-1) = 2n + 12$.

3. 已知函数 $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$.

(I) 求 $f'(x)$;

(II) 求 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值与最小值.

解析:

(I) $f'(x) = 6x^2 - 6x$.

(II) 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x = 0$ 或 $x = 1$.

因为 $f(-2) = -26$, $f(0) = 2$, $f(1) = 1$, $f(2) = 6$,

所以 $f(x)$ 在区间 $[-2, 2]$ 的最大值为 6, 最小值为 -26.

4.

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, $M(0, -1)$ 和 $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$ 为 C 上两点.

(I) 求 C 的标准方程;

(II) 求 C 的左焦点到直线 MN 的距离.

解析:

(I)

将点 M 和 N 的坐标代入 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1, \end{cases}$$

因此 C 的标准方程为 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

(II)

C 的左焦点为 $(-\sqrt{3}, 0)$,

直线 MN 的方程为 $\sqrt{3}x - 2y - 2 = 0$,

所以 C 的左焦点到直线 MN 的距离

$$d = \frac{|\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) - 2|}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}.$$