



绝密★启用前

2020 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数 学

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

- 不等式 $|x-2| < 1$ 的解集是 【 】
 A. $\{x | -1 < x < 3\}$ B. $\{x | -2 < x < 1\}$
 C. $\{x | -3 < x < 1\}$ D. $\{x | 1 < x < 3\}$
- 下列函数中,在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 为减函数的是 【 】
 A. $y = \ln(3x+1)$ B. $y = x+1$
 C. $y = 5\sin x$ D. $y = 4-2x$
- 函数 $y = \log_2(x+1)$ 的定义域是 【 】
 A. $(2, +\infty)$ B. $(-2, +\infty)$
 C. $(-\infty, -1)$ D. $(-1, +\infty)$
- 直线 $x-y-3=0$ 与 $x-y+3=0$ 之间的距离为 【 】
 A. $2\sqrt{2}$ B. $6\sqrt{2}$
 C. $3\sqrt{2}$ D. 6
- 设集合 $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $N = \{x | x \leq 2\}$, 则 $M \cap N =$ 【 】
 A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$
 C. $\{x | 0 < x \leq 2\}$ D. $\{x | -1 < x < 2\}$
- 已知点 $A(1, 0)$, $B(-1, 1)$, 若直线 $kx-y-1=0$ 与直线 AB 平行, 则 $k =$ 【 】
 A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
 C. -1 D. 1
- 已知向量 $\overrightarrow{AB} = (1, t)$, $\overrightarrow{BC} = (-1, 1)$, $\overrightarrow{AC} = (0, 2)$, 则 $t =$ 【 】
 A. -1 B. 2
 C. -2 D. 1

- 已知双曲线 $\frac{x^2}{m} - \frac{y^2}{4} = 1$ 的离心率为 3, 则 $m =$ 【 】
 A. 4 B. 1
 C. $\frac{1}{2}$ D. 2
- 函数 $y = \sin(x+3) + \sin(x-3)$ 的最大值为 【 】
 A. $-2\sin 3$ B. $2\sin 3$
 C. $-2\cos 3$ D. $2\cos 3$
- 已知 $a > b > 1$, 则 【 】
 A. $\log_2 a > \log_2 b$ B. $\log_2 \frac{1}{a} > \log_2 \frac{1}{b}$
 C. $\frac{1}{\log_2 a} > \frac{1}{\log_2 b}$ D. $\log_{\frac{1}{2}} a > \log_{\frac{1}{2}} b$
- 已知 $\cos x = \frac{3}{5}$, 且 x 为第一象限角, 则 $\sin 2x =$ 【 】
 A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{24}{25}$
 C. $\frac{18}{25}$ D. $\frac{12}{25}$
- 曲线 $y = \sin(x+2)$ 的一条对称轴的方程是 【 】
 A. $x = \frac{\pi}{2}$ B. $x = \pi$
 C. $x = \frac{\pi}{2} + 2$ D. $x = \frac{\pi}{2} - 2$
- 若 $p: x=1$; $q: x^2-1=0$, 则 【 】
 A. p 既不是 q 的充分条件也不是 q 的必要条件
 B. p 是 q 的充要条件
 C. p 是 q 的必要条件但不是充分条件
 D. p 是 q 的充分条件但不是必要条件
- 已知点 $A(1, -3)$, $B(0, -3)$, $C(2, 2)$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 【 】
 A. 2 B. 3
 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{5}{2}$
- 从红、黄、蓝、黑 4 个球中任取 3 个, 则这 3 个球中有黑球的不同取法共有 【 】
 A. 3 种 B. 4 种
 C. 2 种 D. 6 种
- 下列函数中, 最小正周期为 π 的函数是 【 】
 A. $y = \sin x + \sin x^2$ B. $y = \sin 2x$
 C. $y = \cos x$ D. $y = \sin \frac{x}{2} + 1$
- 下列函数中, 为偶函数的是 【 】
 A. $y = e^x + x$ B. $y = x^2$
 C. $y = x^3 + 1$ D. $y = \ln(2x+1)$

第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数 $f(x) = x^2 + bx + c$ 的图像经过点 $(-1, 0), (3, 0)$, 则 $f(x)$ 的最小值为_____.
19. 某同学每次投篮命中的概率都是 0.6, 各次是否投中相互独立, 则该同学投篮 3 次恰有 2 次投中的概率是_____.
20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $\frac{3^n}{2}$, 则 $a_3 =$ _____.
21. 已知曲线 $y = \ln x + a$ 在点 $(1, a)$ 处的切线过点 $(2, -1)$, 则 $a =$ _____.

得 分	评卷人

三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, $A = 30^\circ, AB = \sqrt{3}, BC = 1$.

- (I) 求 C ;
 (II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

23. (本小题满分 12 分)

设函数 $f(x) = x^3 + x - 1$.

- (I) 求 $f(x)$ 的单调区间;
 (II) 求出一个区间 (a, b) , 使得 $f(x)$ 在区间 (a, b) 存在零点, 且 $b - a < 0.5$.

24. (本小题满分 12 分)

已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, 且 $a_2 = -2, a_4 = -1$.

- (I) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
 (II) 求 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆 E 的中心在坐标原点 O , 焦点在 x 轴上, 长轴长为 8, 焦距为 $2\sqrt{7}$.

- (I) 求 E 的标准方程;
 (II) 若以 O 为圆心的圆与 E 交于四点, 且这四点为一个正方形的四个顶点, 求该圆的半径.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-2|<1 \Rightarrow -1<x-2<1 \Rightarrow 1<x<3$,故不等式的解集为 $\{x|1<x<3\}$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A、B选项在其定义域上为增函数,选项C在 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上为增函数,只有D选项在实数域上为减函数.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 由对数函数的性质可知 $x+1>0 \Rightarrow x>-1$,故函数的定义域为 $(-1,+\infty)$.

4.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线间的距离.

【应试指导】 由题可知,两直线平行,故两直线的距离即为其中一条直线上一点到另一条直线的距离.取直线 $x-y-3=0$ 上一点 $(4,1)$,点 $(4,1)$ 到直线 $x-y+3=0$ 的距离为 $d=\frac{4-1+3}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=3\sqrt{2}$.

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 由于 $M\subseteq N$,故 $M\cap N=M=\{-2,-1,0,1,2\}$.

6.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的斜率.

【应试指导】 两直线平行则其斜率相等, $k_{AB}=\frac{1-0}{-1-1}=-\frac{1}{2}$,而直线 $kx-y-1=0$ 的斜率为 k ,故 $k=-\frac{1}{2}$.

7.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的运算.

【应试指导】 $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(1,t)+(-1,1)=(0,2)$,故有 $t+1=2 \Rightarrow t=1$.

8.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线.

【应试指导】 由题知, $a^2=m, b^2=4, c=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{m+4}$,其离心率 $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{m+4}}{\sqrt{m}}=3$,故 $m=\frac{1}{2}$.

9.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的运算.

【应试指导】 $y=\sin x\cos 3+\cos x\sin 3+\sin x\cos 3-\cos x\sin 3=2\sin x\cos 3$, $\sin x$ 的最大值为1,故原函数的最大值为 $2\cos 3$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 函数 $y=\log_2 x$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数,由于 $a>b>1$,故有 $\log_2 a>\log_2 b$.

11.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数.

【应试指导】 由于 x 为第一象限角,故 $\sin x=\sqrt{1-\cos^2 x}=\sqrt{1-(\frac{3}{5})^2}=\frac{4}{5}$,因此 $\sin 2x=2\sin x\cos x=2\times\frac{3}{5}\times\frac{4}{5}=\frac{24}{25}$.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 $y=\sin(x+2)$ 是函数 $y=\sin x$ 向左平移2个单位得到的,故其对称轴也向左平移2个单位, $x=\frac{\pi}{2}$ 是函数 $y=\sin x$ 的一个对称轴,因此 $x=\frac{\pi}{2}-2$ 是 $y=\sin(x+2)$ 的一条对称轴.

13.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 $x=1 \Rightarrow x^2-1=0$,而 $x^2-1=0 \Rightarrow x=1$ 或 $x=-1$,故 p 是 q 的充分但不必要条件.

14.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为解三角形.

【应试指导】 易知 $AB=1$,点C到AB边的距离为 $2+3=5$,故AB边的高为5,因此三角形的面积为 $\frac{1}{2}\times 1\times 5=\frac{5}{2}$.

15.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件.

【应试指导】 3个球中有黑球的取法有 $C_1^1\cdot C_3^2=3$ 种.

16.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 B项中,函数的最小正周期 $T=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

17.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 A、C、D项为非奇非偶函数,B项为偶函数.

二、填空题

18.【答案】 -4

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为一元二次函数的性质.

【应试指导】 由于函数开口向上,故其在对称轴处取得最小值,又函数过点 $(-1,0), (3,0)$,故其对称轴为 $x = \frac{-1+3}{2} = 1, f_{\min}(1) = 1+b+c$,而 $f(-1) = 1-b+c = 0, f(3) = 9+3b+c = 0$,得 $b = -2, c = -3$,故 $f_{\min}(1) = 1-2-3 = -4$.

19.【答案】 0.432

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】 投篮3次恰有2次投中的概率为 $C_3^2 \cdot 0.6^2 \cdot 0.4 = 0.432$.

20.【答案】 9

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为数列的性质.

【应试指导】 由题知 $S_n = \frac{3^n}{2}$,故有 $a_1 = \frac{3}{2}, a_2 = S_2 - a_1 = \frac{3^2}{2} - \frac{3}{2} = 3, a_3 = S_3 - a_2 - a_1 = \frac{3^3}{2} - 3 - \frac{3}{2} = 9$.

21.【答案】 -2

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为曲线的切线.

【应试指导】 $y' = \frac{1}{x}$,故曲线在点 $(1,a)$ 处的切线的斜率为 $y' \Big|_{x=1} = \frac{1}{x} \Big|_{x=1} = 1$,因此切线方程为 $y - a = x - 1$,即 $y = x - 1 + a$.又切线过点 $(2, -1)$,因此有 $-1 = 2 - 1 + a$,故 $a = -2$.

三、解答题

22.(I) 由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C}$,

$$\text{即 } \frac{1}{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sin C}, \text{解得 } \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

故 $C = 60^\circ$ 或 120° .

(II) 由余弦定理得 $\cos A = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{3 + AC^2 - 1}{2\sqrt{3}AC} = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

解得 $AC = 1$ 或 $AC = 2$.

$$\begin{aligned} \text{当 } AC = 1 \text{ 时, } S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 1 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{当 } AC = 2 \text{ 时, } S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times 2 \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}. \end{aligned}$$

23.(I) $f'(x) = 3x^2 + 1 > 0$,

故函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,故其单调区间为 $\mathbf{R}$.

(II) 令 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{4}$,则有

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{8} + \frac{1}{2} - 1 < 0, f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{64} + \frac{3}{4} - 1 > 0,$$

又由于函数在 $\mathbf{R}$ 上单调递增,故其在 $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$ 内存在零点,

$$\text{且 } b - a = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4} < 0.5 \text{ (答案不唯一).}$$

24.(I) 由题可知

$$a_4 = a_2 + 2d = -2 + 2d = -1,$$

$$\text{可得 } d = \frac{1}{2}.$$

$$\begin{aligned} \text{故 } a_n &= a_2 + (n-2)d \\ &= -2 + (n-2) \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{n}{2} - 3. \end{aligned}$$

(II) 由(I)可知 $a_1 = \frac{1}{2} \times 1 - 3 = -\frac{5}{2}$,

$$\begin{aligned} \text{故 } S_n &= \frac{n(a_1 + a_n)}{2} \\ &= \frac{n\left(-\frac{5}{2} + \frac{n}{2} - 3\right)}{2} \\ &= \frac{1}{4}n(n-11). \end{aligned}$$

25.(I) 由题知 $2a = 8, 2c = 2\sqrt{7}$,

$$\text{故 } a = 4, c = \sqrt{7}, b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 7} = 3,$$

$$\text{因此椭圆方程为 } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

(II) 设圆的方程为 $x^2 + y^2 = R^2$,

因为圆与椭圆的四个交点为一正方形的顶点,设其在第一象限的交点为 A ,

则有 $OA = R$, A 点到 x 轴与 y 轴的距离相等,

$$\text{可求得 } A \text{ 点的坐标为 } \left(\frac{\sqrt{2}}{2}R, \frac{\sqrt{2}}{2}R\right),$$

$$\text{而 } A \text{ 点也在椭圆上,故有 } \frac{R^2}{16} + \frac{R^2}{9} = 1,$$

$$\text{解得 } R = \frac{12\sqrt{2}}{5}.$$