

附录四

2022 年成人高等学校招生全国统一考试

高等数学(一)试卷

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分.满分 150 分.考试时间 150 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
得 分					

第 I 卷 选择题 (共 40 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 10 小题,每小题 4 分,共 40 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+x^2)$ 为 x 的()

A. 高阶无穷小量

B. 等价无穷小量

C. 同阶但不等价无穷小量

D. 低阶无穷小量

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{\frac{x}{2}} = ()$

A. e^3

B. e^2

C. $e^{\frac{3}{2}}$

D. $e^{\frac{2}{3}}$

3. 设 $y^{(n-2)} = \sin x$, 则 $y^{(n)} = ()$

A. $\cos x$

B. $-\cos x$

C. $\sin x$

D. $-\sin x$

4. 设函数 $f(x) = 3x^3 + ax + 7$ 在 $x = 1$ 处取得极值, 则 $a = ()$

A. 9

B. 3

C. -3

D. -9

5. $\int 2\cos 3x dx = ()$

A. $6\sin 3x + C$

B. $\frac{2}{3}\sin 3x + C$

C. $\frac{1}{3}\sin 3x + C$

D. $\frac{1}{6}\sin 3x + C$

6. $\left(\int_0^x \sin^2 t dt\right)' = (\quad)$

A. $\sin 2x$

B. $\sin^2 x$

C. $\cos^2 x$

D. $-\sin 2x$

7. 设 $z = (y-x)^2 + \frac{1}{x}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial y} = (\quad)$

A. $2(y-x) - \frac{1}{x^2}$

B. $2(y-x) - \frac{1}{x}$

C. $2(x-y)$

D. $2(y-x)$

8. 函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1$ 的驻点是 $(\quad)$

A. $(0, 0)$

B. $(-1, 1)$

C. $(1, -1)$

D. $(1, 1)$

9. 下列四个点中, 在平面 $x + y - z + 2 = 0$ 上的是 $(\quad)$

A. $(-2, 1, 1)$

B. $(0, 1, 1)$

C. $(1, 0, 1)$

D. $(1, 1, 0)$

10. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+1}$ 的收敛半径为 $(\quad)$

A. $\frac{1}{2}$

B. 1

C. $\frac{3}{2}$

D. 2

第 II 卷 非选择题 (共 110 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (11~20 小题, 每小题 4 分, 共 40 分)

11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{\sin x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

12. 设函数 $f(x)$ 满足 $f'(1) = 5$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(1+2x) - f(1)}{x} = \underline{\hspace{2cm}}.$

13. 设 $y = \frac{1}{1+x}$, 则 $dy = \underline{\hspace{2cm}}.$

14. 曲线 $y = \frac{x}{4-x}$ 的水平渐近线方程为 $\underline{\hspace{2cm}}.$

15. $\int (x^2 + 3x^{\frac{1}{2}}) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

16. $\int_{-1}^1 (1 + x \sin x^2) dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

17. $\int_0^2 3^x dx = \underline{\hspace{2cm}}.$

18. 设 $z = x \tan(y^2 + 1)$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____.

19. 微分方程 $\frac{dy}{dx} + 2y = 0$ 的通解为 $y =$ _____.

20. 过点 $(1, 0, -1)$ 与平面 $3x - y - z - 2 = 0$ 平行的平面的方程为 _____.

得 分	评卷人

三、解答题(21~28 题, 共 70 分, 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \sin x}$.

22. (本题满分 8 分)

设函数 $f(x) = e + \frac{1}{2}x^2 - \sin x$, 求 $f'(1)$.

23. (本题满分 8 分)

求函数 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ 的单调区间.

24.(本题满分 8 分)

求曲线 $y = x^2$ 在点 $(1, 1)$ 处的切线方程.

25.(本题满分 8 分)

求 $\int \frac{1}{x(x+2)} dx$.

26.(本题满分 10 分)

求微分方程 $y' + \frac{1}{1+x}y = \frac{x}{1+x}$ 满足初值条件 $y \Big|_{x=1} = \frac{1}{4}$ 的特解.

27.(本题满分 10 分)

计算 $\iint_D (x + y^2) dx dy$, 其中 D 是由直线 $y = 0, y = x, x = 1$ 所围成的闭区域.

28.(本题满分 10 分)

证明:当 $x > 0$ 时, $e^x > 1 + x$.



参考答案

一、选择题

1.A 2.C 3.D 4.D 5.B 6.B 7.D 8.C 9.A 10.B

二、填空题

11.3 12.10 13. $-\frac{1}{(1+x)^2}dx$ 14. $y = -1$
 15. $\frac{x^3}{3} + 2x^{\frac{3}{2}} + C$ 16. 2 17. $\frac{8}{\ln 3}$ 18. $\tan(y^2 + 1)$
 19. Ce^{-2x} 20. $3x - y - z - 4 = 0$

三、解答题

$$\begin{aligned} 21. \text{解: } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \sin x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{\sin x} \\ &= 6. \end{aligned}$$

$$22. \text{解: } f'(x) = x - \cos x.$$

$$f'(1) = 1 - \cos 1.$$

$$23. \text{解: } f'(x) = 3x^2 - 2x - 1.$$

$$\text{令 } f'(x) = 0, \text{ 解得 } x_1 = -\frac{1}{3}, x_2 = 1.$$

当 $x < -\frac{1}{3}$ 或 $x > 1$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 的单调递增区间为 $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right)$, $(1, +\infty)$.

当 $-\frac{1}{3} < x < 1$ 时, $f'(x) < 0$, 故 $f(x)$ 的单调递减区间为 $\left(-\frac{1}{3}, 1\right)$.

$$24. \text{解: } y' = 2x, y' \Big|_{x=1} = 2.$$

故所求的切线方程为 $y - 1 = 2(x - 1)$, 即 $y = 2x - 1$.

$$\begin{aligned}
 25. \text{解: } \int \frac{dx}{x(x+2)} &= \frac{1}{2} \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx \\
 &= \frac{1}{2} (\ln |x| - \ln |x+2|) + C \\
 &= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x+2} \right| + C.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 26. \text{解: } y &= e^{-\int \frac{1}{1+x} dx} \left(\int \frac{x}{1+x} e^{\int \frac{1}{1+x} dx} dx + C \right) \\
 &= \frac{1}{1+x} \left(\int x dx + C \right) \\
 &= \frac{1}{1+x} \left(\frac{x^2}{2} + C \right).
 \end{aligned}$$

由 $y \Big|_{x=1} = \frac{1}{4}$ 得 $C=0$, 所以特解为 $y = \frac{x^2}{2(1+x)}$.

$$\begin{aligned}
 27. \text{解: } \iint_D (x+y^2) dx dy &= \int_0^1 dx \int_0^x (x+y^2) dy \\
 &= \int_0^1 \left(xy + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^x dx \\
 &= \int_0^1 \left(x^2 + \frac{x^3}{3} \right) dx \\
 &= \left(\frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{12} \right) \Big|_0^1 \\
 &= \frac{5}{12}.
 \end{aligned}$$

28. 解: 设 $f(x) = e^x - 1 - x$, 则 $f'(x) = e^x - 1$.

当 $x > 0$ 时, $f'(x) > 0$, 故 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 单调递增.

又因为 $f(x)$ 在 $x=0$ 处连续, 且 $f(0)=0$, 所以当 $x > 0$ 时, $f(x) > 0$.

因此当 $x > 0$ 时, $e^x - 1 - x > 0$, 即 $e^x > 1 + x$.