

成人高考《高等数学（一）》考试重点及答题技巧

<1>求极限题

如果：将 $x \rightarrow$ 的值 代入到式子中。得到的是 $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ 。能够利用洛必达法则求解：式子必须为 $\frac{\text{分子}}{\text{分母}}$ 形式。

不是这种形式的必要转化成这种形式：可以通过通分转化，在判断为 $\frac{0}{0}$ 或 $\frac{\infty}{\infty}$ 。

解：第一步：由洛必达法则： $\lim \frac{f(x)}{g(x)} = \lim \frac{f'(x)}{g'(x)}$ ($f'(x), g'(x)$ 分别为 $f(x), g(x)$ 的导数) 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个数字）

例：
$$\lim \frac{x - \sin x}{x^3} = \lim \frac{(x - \sin x)'}{(x^3)'} = \lim \frac{1 - \cos x}{3x^2} = \lim \frac{(1 - \cos x)'}{(3x^2)'} = \lim \frac{\sin x}{6x} = \frac{1}{6}$$

如果：将 $x \rightarrow$ 的值 代入到式子中。得到的是 1^∞ ，利用 $\lim f(x)^{g(x)} = e^{\lim g(x)[f(x)-1]}$ 求解。

解：第一步：由洛必达法则： $\lim f(x)^{g(x)} = e^{\lim g(x)[f(x)-1]}$ 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个数字）

记住：(1) $x \rightarrow x_0$ 时： $x \sim \sin x \sim \ln(1+x) \sim \arcsin x \sim \arctan x \sim e^x - 1 \sim \tan x$

(2) $x \rightarrow x_0$ 时： $1 - \cos x \sim \frac{1}{2}x^2, (1+x)^u \sim ux$

(3)
$$\begin{aligned} (\sin x)' &= \cos x & (\ln x)' &= \frac{1}{x} \\ (\cos x)' &= -\sin x & (e^x)' &= e^x \end{aligned}$$

<2>关于导数，偏导数的题

题目中要你求 y' 、 dy 、函数 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 中的某几个字母的值、极值、单调区间、凹凸性（再对 $f'(x)$ 求一次导数得： $f''(x)$ ）

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：(1):如果题目出现 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ 形式的方程，求里面 a 、 b 、 c 、 d 中的某几个值、导数 y' 、 dy 等

第一步：由公式 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ ，则 $f'(x)=3ax^2+2bx+c$ 知（题目中给出了具体的 a 、 b 、 c 、 d 值）

第二步：根据所求代入数值

第三步：得出结果：要求的答案（乱写）

<3>定积分、不定积分

(1) 不定积分：求 $\int f(x)dx$ 的题目

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：(1):如果题目出现 “ $\int f(x)dx$ 形式的式子，”

第一步：由公式 $\int f[\varepsilon(x)]\varepsilon'(x)dx = \int f[\varepsilon(x)]d\varepsilon(x) = F[\varepsilon(x)] + C$ 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个式子）

(2) 定积分：求 $\int_a^b f(x)dx$ 的题目

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：(1):如果题目出现 “ $\int_a^b f(x)dx$ 形式的式子，”

第一步：由公式 $\int_a^b f[\varepsilon(x)]\varepsilon'(x)dx = \int_a^b f[\varepsilon(x)]d\varepsilon(x) = F[\varepsilon(x)] \Big|_a^b$ 知

第二步：把题目中要求的式子抄一遍

第三步：中间几步随便变形，得出结果：要求的答案（乱写一个数字）

(3) 题目中要求面积：考试时按照 (2) 中的写法去抄。

<4> 求双重积分 ($\iint_D f(x,y)dx dy$ 类的题目)

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：由题意知：

$$D = \left((x, y) \mid \begin{array}{l} 1 \leq x \leq 3 \\ x \leq y \leq 1-x \end{array} \right)$$

再由公式： $\iint_D f(x,y)dx dy = \int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x,y)dy$ 知

$$\begin{aligned} \text{写题目中的原式} &= \int_1^3 dx \int_x^{1-x} f(x,y)dy = \int_1^3 \left[\int_x^{1-x} f(x,y)dy \right] dx \\ &= \text{中间随便变化一下} \\ &= 3/16 \end{aligned}$$

注意： $f(x,y)$ 为考试时具体的形式，写成 $f(x,y)$ 。

<5>微分方程

(1) 若考试中见到 $y''+ay'+by=0(a,b$ 值题目具体会给出) 形式的

***注意：如果考试时实在不会，就这么写：

解：由对应的特征方程： $r^2+ar+b=0$ ①

解①方程得： $r_1=1 \quad r_2=3$

$$\text{因此： } \bar{y} = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$$

(2) 若考试时见 $y''+ay'+by=f(x)(a,b$ 值题目具体会给出)，

$$\text{比如： } y''-2y'-3y=x+1$$

解：由对应的特征方程： $r^2+ar+b=0$ ①

解①方程得： $r_1=1 \quad r_2=3$

$$\text{故： } \bar{y} = C_1 e^x \cos x + C_2 e^{3x} \sin x$$

$$\text{因此通解为： } y = C_1 e^x \cos x + C_2 e^{3x} \sin x + 2e^x$$

关于数学做题的几点建议：1 遇到

选项为数字时，第一个方法可以将选项代入到题目中看是否能成立，第二个方法排除掉最大值和最小值，剩余两项凭感觉二选一；2 遇到一些判定的题目时，如果选项中出现意思很绝对的词，比如说出现“一定”“肯定”这样的答案一般是错误的，先排除掉，剩下的再凭感觉；3 稍微有些基础的不要选择一个选项，一般在没有任何把握的情况下全部选 C 或者 D 选项；4 根据四个选项进行对比，排除错误很明显的，或者差异性大的一项。关于高数的填空题：遇到答案填具体数字的：写“-1、1 或 2、1/2 等”，遇到答案写方程“ $y=x-1$ 或 $y=x-3$ 或 $y=x+1$ ”等等

得	分	评卷人

二、填空题(11~20 小题,每小题 4 分,共 40 分)

11. $\int_{-\infty}^1 e^x dx = \underline{\quad\quad\quad}$

12. 设函数 $y = e^{2x}$, 则 $dy = \underline{2e^{2x} dx}$

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x^2} = \underline{1}$

14. $\int (3x + 2\sin x) dx = \underline{\frac{3}{2}x^2 - 2\cos x + C}$

15. 曲线 $y = \arctan(3x + 1)$ 在点 $(0, \frac{\pi}{4})$ 处切线的斜率为 $\underline{1}$

16. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2, & x \leq 0, \\ a + \sin x, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $a = \underline{-2}$

17. 过点 $(-1, 2, 3)$ 且与直线 $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{4}$ 垂直的平面方程为 $\underline{x+y=1}$

18. 函数 $f(x) = x^3 - 6x$ 的单调递减区间为 $\underline{(-1, 1)}$

19. 区域 $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq x^2\}$ 的面积为 $\underline{1}$

20. 方程 $y^3 + \ln y - x^2 = 0$ 在点 $(1, 1)$ 的某邻域确定隐函数 $y = y(x)$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} = \underline{0}$

得	分	评卷人

三、解答题(21~28 题,共 70 分. 解答应写出推理、演算步骤)

21. (本题满分 8 分)

计算 $\int x \sin x dx$.

解: 由公式 $\int f(x)g'(x)dx = \int f(x)g(x)dx = F(x)g(x) + C$ 知
 $\int x \sin x dx = \int \sin x dx^2 = x^2 \sin x + C$
 解得: $\int x \sin x dx = \frac{1}{2}x^2 \sin x + \cos x + C$

22. (本题满分 8 分)

已知函数 $f(x) = e^x \cos x$, 求 $f''(\frac{\pi}{2})$. 本题用关于导数, 偏导数的做题技巧

解: 由公式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 则 $f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 知.
 $f(x) = e^x \cos x = x^3 + 4x^2 + x$
 解得: $f''(x) = x^2 + 4x + 1$, 即: $f''(\frac{\pi}{2}) = 6$

23. (本题满分 8 分)

计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2\sin^2 x}$. 本题用求极限题的做题技巧

解: 由洛必达法则: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ 知
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2\sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - 2x}{4\sin x \cdot \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 2}{4\cos 2x}$
 解得: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x - x^2}{2\sin^2 x} = \frac{1}{2}$

24. (本题满分 8 分)

计算 $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx$. 本题用定积分, 不定积分的做题技巧

解: 由公式 $\int_a^b f(x)g'(x)dx = \int_a^b f(x)g(x)dx = F(x)g(x) + C$ 知
 $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx = \int_0^1 \sqrt[3]{1+x} d(x+1) = \frac{3}{4} (1+x)^{\frac{4}{3}} \Big|_0^1$
 解得: $\int_0^1 \sqrt[3]{1+x} dx = 2$

25. (本题满分 8 分)

求微分方程 $y'' - y' - 2y = 0$ 的通解. 本题用微分方程的做题技巧

解: 由特征方程: $r^2 - r - 2 = 0$ ①
 解得: $r_1 = 1, r_2 = -2$
 因此: $y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x}$

26. (本题满分 10 分)

求曲线 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$ 的凹凸区间与拐点. 本题用导数, 偏导数的做题技巧

解: 由公式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 则 $f(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 知.
 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$, $y' = 3x^2 - 6x + 2$, $y'' = 6x - 6$
 由 $y' = 0$ 知:
 $x_1 = 1, x_2 = 2$
 凹凸区间为 $(-\infty, 1)$ $(1, 2)$ $(2, +\infty)$ 拐点为 $(1, 1)$

27. (本题满分 10 分)

已知区域 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$, 计算 $\iint_D xy dx dy$. 本题用二重积分的做题技巧

解: 由题意知: $D = \{(x, y) | 1 \leq x \leq 3, x \leq y \leq 1+x\}$
 再由公式: $\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{g(x)}^{h(x)} f(x, y) dy$
 $\iint_D xy dx dy = \int_1^3 dx \int_x^{1+x} xy dx dy = \int_1^3 [\frac{1}{2}x^2 y^2]_x^{1+x} dx = 3$

28. (本题满分 10 分)

将函数 $f(x) = \frac{1}{2+x}$ 展开成 $(x-1)$ 的幂级数, 并求其收敛区间.

本题无对应做题技巧, 暂不展示.