



本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟。

|     |   |   |   |     |       |
|-----|---|---|---|-----|-------|
| 题 号 | 一 | 二 | 三 | 总 分 | 统分人签字 |
| 分 数 |   |   |   |     |       |

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

1. 若集合  $A = \{x \mid -1 \leq x < 5\}$ ,  $B = \{x \mid -2 < x < 2\}$ , 则  $A \cap B =$   
A.  $\{x \mid -1 \leq x < 2\}$   
B.  $\{x \mid -2 < x < 2\}$   
C.  $\{x \mid -2 < x < 5\}$   
D.  $\{x \mid -1 \leq x < 5\}$
2. 已知  $\sin \alpha < 0$  且  $\tan \alpha < 0$ , 则  $\alpha$  是  
A. 第一象限角  
B. 第二象限角  
C. 第三象限角  
D. 第四象限角
3. 下列函数中, 既是偶函数又是周期函数的为  
A.  $y = \sin 2x$   
B.  $y = x^2$   
C.  $y = \tan x$   
D.  $y = \cos 3x$
4.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 =$   
A. 31  
B. 25  
C. 24  
D. 13
5. 函数  $y = 5\cos^2 x - 3\sin^2 x$  的最小正周期为  
A.  $4\pi$   
B.  $2\pi$   
C.  $\pi$   
D.  $\frac{\pi}{2}$
6. 设甲: 函数  $y = \frac{k}{x}$  的图像经过点  $(1, 3)$ ;  
乙:  $k = 3$ ,  
则  
A. 甲是乙的必要条件但不是充分条件  
B. 甲是乙的充分条件但不是必要条件  
C. 甲是乙的充要条件  
D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

7. 下列函数中,在 $(0, +\infty)$ 为增函数的是

【    】

A.  $y = x^2 + x$

B.  $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

C.  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

D.  $y = \cos x$

8. 不等式  $|x-1| > 1$  的解集为

【    】

A.  $\{x \mid x > 2\}$

B.  $\{x \mid x < 0\}$

C.  $\{x \mid 0 < x < 2\}$

D.  $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$

9. 从 5 位工人中选 2 人,分别担任保管员和质量监督员,则不同的选法共有

【    】

A. 10 种

B. 20 种

C. 60 种

D. 120 种

10. 若  $a > 0, b > 0$ , 则  $\log_2 \sqrt{\frac{a}{b}} =$

【    】

A.  $\frac{1}{2} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

B.  $\frac{1}{2} \log_2 a + \frac{1}{2} \log_2 b$

C.  $\log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$

D.  $\frac{1}{2} \log_2 a - \log_2 b$

11. 直线  $y = x - 2$  与两坐标轴分别交于  $A, B$  两点,  $O$  为坐标原点, 则  $\triangle AOB$  的面积为

【    】

A. 1

B. 2

C. 4

D.  $4\sqrt{2}$

12. 甲、乙各进行一次射击,若甲击中目标的概率是 0.4,乙击中目标的概率是 0.5,且甲、乙是否击中目标相互独立,则甲、乙都击中目标的概率是

【    】

A. 0.9

B. 0.5

C. 0.4

D. 0.2

13. 双曲线  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$  的渐近线方程为

【    】

A.  $\frac{x}{4} \pm \frac{y}{9} = 0$

B.  $\frac{x}{9} \pm \frac{y}{4} = 0$

C.  $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$

D.  $\frac{x}{3} \pm \frac{y}{2} = 0$

14. 已知函数  $f(x) = \frac{1}{x-1}$ , 则  $f(2)$  与  $f(-2)$  的等差中项等于

【    】

A.  $\frac{1}{7}$

B.  $\frac{1}{6}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{2}{3}$

15. 过抛物线  $C: y^2 = 4x$  的焦点作  $x$  轴的垂线, 交  $C$  于  $A, B$  两点, 则  $|AB| =$

【    】

A. 2

B. 4

C.  $4\sqrt{2}$

D. 8

16. 若向量  $a = (3, 4)$ , 则与  $a$  方向相同的单位向量为

【    】

A.  $(0, 1)$

B.  $(1, 0)$

C.  $\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$

D.  $\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)$

17. 已知函数  $f(x) = ax^3$ . 若  $f'(3) = 9$ , 则  $a =$

A.  $\frac{1}{9}$

B.  $\frac{1}{3}$

C. 1

D. 3

## 第 II 卷 (非选择题, 共 65 分)

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

### 二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分)

18. 函数  $y = \frac{\sqrt{1+x}}{x}$  的定义域为\_\_\_\_\_.

19. 已知函数  $f(x) = 2x + 1$ , 则  $f(2x) =$ \_\_\_\_\_.

20. 圆  $x^2 + y^2 = 5$  在点  $(1, 2)$  处切线的方程为\_\_\_\_\_.

21. 若 28, 37,  $x$ , 30 四个数的平均数为 35, 则  $x =$ \_\_\_\_\_.

|     |     |
|-----|-----|
| 得 分 | 评卷人 |
|     |     |

### 三、解答题 (本大题共 4 小题, 共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤)

22. (本小题满分 12 分)

已知  $A, B$  为  $\odot O$  上的两点, 且  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $\angle ABO = 30^\circ$ . 求  $\odot O$  的半径.

23. (本小题满分 12 分)

已知  $\{a_n\}$  是公差不为 0 的等差数列, 且  $a_2, a_6, a_{12}$  成等比数列,  $a_2 + a_6 + a_{12} = 76$ . 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

24. (本小题满分 12 分)

已知函数  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2$ .

(I) 求  $f'(x)$ ;

(II) 求  $f(x)$  在区间  $[-2, 2]$  的最大值与最小值.

25. (本小题满分 13 分)

已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ,  $M(0, -1)$  和  $N(\sqrt{3}, \frac{1}{2})$  为  $C$  上两点.

(I) 求  $C$  的标准方程;

(II) 求  $C$  的左焦点到直线  $MN$  的距离.

# 参考答案及解析

## 一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】  $A \cap B = \{x \mid -1 \leq x < 2\}$ .

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的性质.

【应试指导】 正弦函数值在第三、四象限小于0,正切函数值在第二、四象限小于0,故题中所求角在第四象限.

3.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的周期性和奇偶性.

【应试指导】 选项 A、C 是奇函数,选项 B 是偶函数,但不是周期函数,只有选项 D 既是偶函数又是周期函数.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数和指数函数的计算.

【应试指导】  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} + \log_2 \frac{1}{8} + \left(\frac{3}{4}\right)^0 = 27 - 3 + 1 = 25$ .

5.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的最小正周期.

【应试指导】 整理得  $y = 3(\cos^2 x - \sin^2 x) + 2 \cos^2 x = 3 \cos 2x + \cos 2x + 1 = 4 \cos 2x + 1$ ,故函数的最小正周期

为  $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ .

6.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 由题可知  $\text{甲} \Rightarrow \text{乙}$ ,并且  $\text{乙} \Rightarrow \text{甲}$ ,故甲是乙的充要条件.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】A项中,  $y = x^2 + x = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$ , 故函数在  $\left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$  上是增函数, 故函数在  $(0, +\infty)$  上也是增函数.

8.【答案】D

【考点点拨】本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1| > 1 \Rightarrow x-1 > 1$  或  $x-1 < -1$ , 即  $x > 2$  或  $x < 0$ , 故不等式的解集为  $\{x \mid x < 0 \text{ 或 } x > 2\}$ .

9.【答案】B

【考点点拨】本题主要考查的知识点为排列组合.

【应试指导】从5位工人中选出2人分别担任保管员和质量监督员的选法共有  $A_5^2 = 5 \times 4 = 20$  种.

10.【答案】A

【考点点拨】本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 $\log_2 \sqrt{\frac{a}{b}} = \log_2 (a \cdot b^{-1})^{\frac{1}{2}} = \log_2 (a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{-\frac{1}{2}}) = \log_2 a^{\frac{1}{2}} + \log_2 b^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_2 a - \frac{1}{2} \log_2 b$ .

11.【答案】B

【考点点拨】本题主要考查的知识点为解三角形.

【应试指导】易知A、B两点的坐标分别为  $A(2, 0)$ ,  $B(0, -2)$ , 故  $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ .

12.【答案】D

【考点点拨】本题主要考查的知识点为独立事件同时发生的概率.

【应试指导】甲、乙都击中目标的概率为  $0.4 \times 0.5 = 0.2$ .

13.【答案】C

【考点点拨】本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】令  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$ , 得  $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$ , 即双曲线的渐近线为  $\frac{x}{2} \pm \frac{y}{3} = 0$ .

14.【答案】C

【考点点拨】本题主要考查的知识点为等差数列的性质.

【应试指导】 $f(2) = \frac{1}{2-1} = 1$ ,  $f(-2) = \frac{1}{-2-1} = -\frac{1}{3}$ , 故  $f(2)$  与  $f(-2)$  的等差中项为  $\frac{1}{2}[f(2) + f(-2)] =$

$\frac{1}{2}\left[1 - \frac{1}{3}\right] = \frac{1}{3}$ .



15.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的性质.

【应试指导】 抛物线的焦点坐标为 $(1,0)$ ,准线方程为 $x=-1$ ,则 $A,B$ 两点的距离为 $A$ 点和 $B$ 点到准线的距离之和,即 $|AB|=2+2=4$ .

16.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为单位向量的求法.

【应试指导】 与向量 $a$ 方向相同的单位向量为 $\frac{a}{|a|} = \frac{(3,4)}{\sqrt{3^2+4^2}} = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ .

17.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的导数的求法.

【应试指导】  $f'(x) = 3ax^2$ ,故 $f'(3) = 3a \times 3^2 = 27a = 9$ ,因此 $a = \frac{1}{3}$ .

## 二、填空题

18.【答案】  $\{x | x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 若使函数有意义,则有 $x \neq 0, 1+x \geq 0$ ,故其定义域为 $\{x | x \geq -1 \text{ 且 } x \neq 0\}$ .

19.【答案】  $4x+1$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为复合函数的求法.

【应试指导】  $f(2x) = 2 \times 2x + 1 = 4x + 1$ .

20.【答案】  $x+2y-5=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的切线.

【应试指导】 由题可知切点到圆心所在直线的斜率为 $\frac{2}{1} = 2$ ,故切线的斜率为 $-\frac{1}{2}$ ,因此所求切线的方程为

$y-2 = -\frac{1}{2}(x-1)$ ,即 $x+2y-5=0$ .

21.【答案】 45

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 由题可知 $\frac{28+37+x+30}{4} = 35$ ,解得 $x = 45$ .

### 三、解答题

22. 设  $\odot O$  的半径为  $r$ , 则  $OA = OB = r$ .

在  $\triangle AOB$  中,  $\angle OAB = \angle ABO = 30^\circ$ , 所以  $\angle AOB = 120^\circ$ .

由余弦定理得  $r^2 + r^2 - 2r^2 \cos 120^\circ = (3\sqrt{3})^2$ , 解得  $r = 3$ .

所以  $\odot O$  的半径为 3.

23. 设  $\{a_n\}$  的公差为  $d$ , 则  $d \neq 0$ , 且

$$a_2 = a_1 + d, a_6 = a_1 + 5d, a_{12} = a_1 + 11d,$$

$$\text{由题意得} \begin{cases} (a_1 + d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 11d) = 76, \\ (a_1 + 5d)^2 = (a_1 + d)(a_1 + 11d), \end{cases}$$

$$\text{解得} \begin{cases} a_1 = 14, \\ d = 2. \end{cases}$$

所以  $\{a_n\}$  的通项公式为  $a_n = 14 + 2(n-1) = 2n + 12$ .

24. (I)  $f'(x) = 6x^2 - 6x$ .

(II) 令  $f'(x) = 0$ , 解得  $x = 0$  或  $x = 1$ .

因为  $f(-2) = -26$ ,  $f(0) = 2$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 6$ ,

所以  $f(x)$  在区间  $[-2, 2]$  的最大值为 6, 最小值为 -26.

25. (I) 将点  $M$  和  $N$  的坐标代入  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  得

$$\begin{cases} \frac{1}{b^2} = 1, \\ \frac{3}{a^2} + \frac{1}{4b^2} = 1, \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} a^2 = 4, \\ b^2 = 1, \end{cases}$$

因此  $C$  的标准方程为  $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ .

(II)  $C$  的左焦点为  $(-\sqrt{3}, 0)$ ,

直线  $MN$  的方程为  $\sqrt{3}x - 2y - 2 = 0$ ,

所以  $C$  的左焦点到直线  $MN$  的距离

$$d = \frac{|\sqrt{3} \times (-\sqrt{3}) - 2|}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}.$$