

2024 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学(文史财经类)

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分,满分 150 分,考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

第 I 卷(选择题,共 84 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 12 小题,每小题 7 分,共 84 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 样本数据 10,16,20,30 的平均数为

【 】

A. 19

B. 20

C. 21

D. 22

2. 已知集合 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$, 则 $A \cap B =$

【 】

A. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

B. $\{2, 4, 5\}$

C. $\{1, 2\}$

D. $\{2, 3\}$

3. 已知向量 $a = (4, 8)$, $b = (-1, 1)$, 则 $a - b =$

【 】

A. (3, 7)

B. (5, 9)

C. (5, 7)

D. (3, 9)

4. 下列函数中,在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递增的是

【 】

A. $y = 5^{-x}$

B. $y = \sqrt{x+5}$

C. $y = (x-5)^2$

D. $y = \log_{\frac{1}{5}}(x+1)$

5. 双曲线 $\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$ 的渐近线方程为

【 】

A. $y = \pm x$

B. $y = \pm 2x$

C. $y = \pm 3x$

D. $y = \pm 4x$

6. 如果 $\ln x > \ln y > 0$, 那么

【 】

A. $y < x < 1$

B. $x < y < 1$

C. $1 < x < y$

D. $1 < y < x$

7. 函数 $y = x^2 + 4x + 5$ 的图像的对称轴是

【 】

A. $x = -2$

B. $x = -1$

C. $x = 0$

D. $x = 1$

8. 抛物线 $y^2 = 12x$ 的焦点坐标为

【 】

A. $(0, 0)$

B. $(3, 0)$

C. $(-3, 0)$

D. $(1, 0)$

9. 不等式 $|x - 1| < 7$ 的解集为

【 】

A. $\{x | -10 < x < 0\}$

B. $\{x | -8 < x < 6\}$

C. $\{x | -6 < x < 8\}$

D. $\{x | 6 < x < 9\}$

10. 已知 $x \geq 0, y \geq 0$, 且 $x + y = 1$, 则 $x^2 + y^2$ 的最大值是

【 】

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

11. 曲线 $y = \frac{4}{x}$ 与 $y = \ln x$ 交点的个数为

【 】

A. 3

B. 2

C. 1

D. 0

12. 已知 $\{a_n\}$ 为等比数列, 若 $a_3 > a_1$, 则

【 】

A. $|a_2| > |a_1|$

B. $a_4 > a_2$

C. $|a_4| > |a_1|$

D. $a_5 > a_3$

第 II 卷 (非选择题, 共 66 分)

得 分	评卷人

二、填空题 (本大题共 3 小题, 每小题 7 分, 共 21 分)

13. $\sin 60^\circ =$ _____.

14. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = -1, a_4 = 8$, 则 $a_7 =$ _____.

15. 从甲、乙、丙 3 名学生中随机选 2 人, 则甲被选中的概率为 _____.

得 分	评卷人

三、解答题(本大题共 3 小题, 每小题 15 分, 共 45 分. 解答应写出推理、演算步骤)

16. (本小题满分 15 分)

记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 $a, b, c, a = 4, b = 5, c = 6$.

(I) 证明: $\triangle ABC$ 是锐角三角形;

(II) 求 $\triangle ABC$ 的面积.

人 数	分 数

17. (本小题满分 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$.

(I) 求 C 的离心率;

(II) 设 O 为坐标原点, 点 A 在 C 上, 点 $B(t, 2)$, 且 $OA \perp OB$, $|AB| = 2\sqrt{2}$, 求 t .

18. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = 3x^2 + a$, $g(x) = x^3 + bx$, $h(x) = f(x) + g(x)$.

(I) 若曲线 $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 在它们的公共点 $(1, c)$ 处有相同的切线, 求 a, b ;

(II) 若 $a = 1, b = -9$, 求 $h(x)$ 在区间 $[-5, 2]$ 上的最大值与最小值.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为平均数.

【应试指导】 平均数为 $\frac{10+16+20+30}{4} = 19$.

2.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 $A \cap B = \{2, 3\}$.

3.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的减法.

【应试指导】 $a - b = (4 - (-1), 8 - 1) = (5, 7)$.

4.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 A项, $y' = -\frac{1}{5^x} \ln 5$; B项, $y' = \frac{1}{2\sqrt{x+5}}$; C项, $y' = 2(x-5)$; D项, $y' = -\frac{1}{(x+1)\ln 5}$. 在 $(0, +\infty)$

上, 只有 B 项的导数恒大于 0, 因此只有 B 项在 $(0, +\infty)$ 上单调递增.

5.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为双曲线的渐近线.

【应试指导】 此双曲线的焦点在 y 轴上, $a = 2, b = 1$, 其渐近线方程为 $y = \pm \frac{a}{b}x = \pm 2x$.

6.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的单调性.

【应试指导】 因为 $f(x) = \ln x$ 为增函数, 所以 $\ln x > \ln y > 0 = \ln 1 \Rightarrow x > y > 1$.

7.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的对称轴方程.

【应试指导】 对称轴方程为 $x = -\frac{b}{2a} = -2$.

8.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为抛物线的焦点公式.

【应试指导】 抛物线 $y^2 = 12x = 2px$, 得 $p = 6$, 所以焦点坐标为 $(\frac{p}{2}, 0) = (3, 0)$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为绝对值不等式.

【应试指导】 $|x-1| < 7 \Rightarrow -7 < x-1 < 7 \Rightarrow -6 < x < 8$, 所以不等式的解集为 $\{x | -6 < x < 8\}$.

10.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为求函数的最值.

【应试指导】 $x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy = 1 - 2xy \leq 1 (x \geq 0, y \geq 0 \Rightarrow 2xy \geq 0)$, 故 $x^2 + y^2$ 的最大值为 1.

11.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为反比例函数和对数函数的图像.

【应试指导】 由反比例函数和对数函数的图像可知, 两个函数仅在第一象限有一个交点.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列的性质.

【应试指导】 $a_3 > a_1 \Rightarrow a_1 q^2 > a_1$, 而 $q \neq 0$, 故 $a_1 q^2 \cdot q^2 > a_1 \cdot q^2$, 即 $a_5 > a_3$.

二、填空题

13.【答案】 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数值.

【应试指导】 $\sin 60^\circ = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

14.【答案】 17

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等差数列.

【应试指导】 $a_4 = a_1 + 3d$, 即 $8 = -1 + 3d$, 得 $d = 3$, 所以 $a_7 = a_1 + 6d = 17$.

15.【答案】 $\frac{2}{3}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为古典概型及其概率计算公式.

【应试指导】 甲被选中的概率为 $\frac{C_1^1 \cdot C_2^1}{C_3^2} = \frac{2}{3}$.

三、解答题

16. (I) 因为三角形三边长分别是 $a = 4, b = 5, c = 6$, 可得 $a < b < c$.

因此, 三角形三个角满足 $A < B < C$, C 为最大角.

$$\text{又 } \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{16 + 25 - 36}{2 \times 4 \times 5} = \frac{1}{8},$$

得 $\cos C > 0$, 而 $C \in (0, \pi)$, 故 C 为锐角,

从而 A, B 均为锐角,

所以 $\triangle ABC$ 是锐角三角形.

$$(II) \text{ 由 (I) 知 } \sin C = \sqrt{1 - \cos^2 C} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{8}\right)^2} = \frac{3\sqrt{7}}{8},$$

则由面积公式, $\triangle ABC$ 的面积

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 5 \times \frac{3\sqrt{7}}{8}$$

$$= \frac{15\sqrt{7}}{4}.$$

17. (I) 由题意知, $a = 2, b = \sqrt{2}, c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{2}$,

$$\text{故离心率 } e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

(II) 设点 A 的坐标为 (x_0, y_0) , 则直线 $|AB| = \sqrt{(x_0 - t)^2 + (y_0 - 2)^2} = 2\sqrt{2}$, ①

在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, $|AB|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 = x_0^2 + y_0^2 + t^2 + 2^2 = 8$, ②

点 A 在椭圆上, 得 $\frac{x_0^2}{4} + \frac{y_0^2}{2} = 1$, ③

联立 ①②③, 可解得 $t = 0, x_0 = \pm 2, y_0 = 0$.

18. (I) $f'(x) = 6x, g'(x) = 3x^2 + b$,

由题意知, $f(1) = g(1), f'(1) = g'(1)$,

故 $3 + a = 1 + b$, 且 $6 = 3 + b$,

解得 $b = 3, a = 1$.

(II) $\because a = 1, b = -9$,

$$\therefore f(x) = 3x^2 + 1, g(x) = x^3 - 9x,$$

$$\therefore h(x) = f(x) + g(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 1,$$

$$\text{则 } h'(x) = 3x^2 + 6x - 9 = 3(x + 3)(x - 1).$$

令 $h'(x) = 0$, 得驻点 $x_1 = -3, x_2 = 1$.

而 $h(-5) = -4, h(-3) = 28, h(1) = -4, h(2) = 3$,

故 $h(x)$ 在 $[-5, 2]$ 上的最大值为 28, 最小值为 -4.